Eerstegraadsveeltermen

De meest eenvoudige veeltermen zijn die van de *eerste graad*. We bespreken hier enkele eigenschappen, en leggen het verband tussen de verwante begrippen *veelterm*, *functie* en *vergelijking*.

Definitie 1. Voor reële getallen a en b met $a \neq 0$ geldt:

- Een **eerstegraads*veelterm* in één onbekende** x is een uitdrukking van de vorm
$$ax + b$$
- Aan dergelijke veelterm is volgende **eerstegraads*functie*** geassocieerd:
$$x \mapsto ax + b$$
- Een **eerstegraads*vergelijking*** (of ook ***lineaire* vergelijking**) **in één onbekende** x is een uitdrukking van de vorm
$$ax + b = 0$$

Opmerking 1.

- Het woord *lineair* betekent in eerste instantie 'zoals een *lijn*', dus 'zoals een rechte'. Omdat een rechte een vergelijking heeft van de eerste graad, is het gebruik van het woord *lineair* uitgebreid naar 'van de eerste graad'. Voor vergelijkingen zijn 'lineair' en 'van de eerste graad' dus synoniemen. Maar voor functies heeft het begrip lineair in de wiskunde een beperktere en meer technische betekenis. Een functie is *lineair* als voor alle getallen a en b geldt dat $f(ax + by) = af(x) + bf(y)$. In die betekenis is de functie $x \mapsto 2x$ wel degelijk lineair, maar de functie $x \mapsto 2x + 1$ is *niet* lineair. Daarom vermijden we het gebruik van het woord *lineair* voor functies en spreken we steeds over *eerstegraadsfuncties*. In sommige handboeken worden echter andere afspraken gemaakt.
- In de uitdrukking $ax + b$ heeft de letter x de rol van *variabele* of *onbekende*, terwijl de letters a en b *parameters* of *constanten* zijn en dus *willekeurige getallen* voorstellen. In plaats van x worden soms ook y, z of t gebruikt, en voor a en b komen ook $k, l, p, q, m, \alpha, \beta, \ldots$ dikwijls voor.

  Bij functies moet je dus steeds duidelijk aangeven *welke letter* de rol van variabele of onbekende heeft, en welke letters als parameters worden gebruikt. De notatie $x \mapsto ax + b$ zegt precies dat x de variabele is, terwijl z de variabele is in $z \mapsto pz + q$, en a de variabele is in $a \mapsto 2a + 3$.

Voorbeeld 1.

- $7x + 9$ is een eerstegraadsveelterm (in x).
- $x \mapsto 7x + 9$ is een eerstegraadsfunctie (met variabele x).
- $7x + 9 = 0$ is een eerstegraadsvergelijking (in één onbekende x).

Eigenschap 1. Voor een eerstegraadsfunctie $x \mapsto ax + b$, met $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$, geldt:

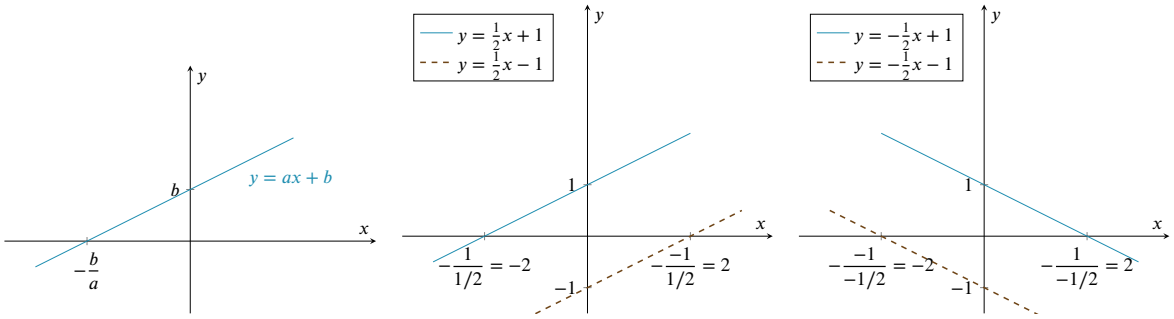
- de grafiek van de functie is een **rechte** met vergelijking $y = ax + b$ en **richtingscoëfficiënt** a.
- als a positief is, is de functie strikt **stijgend** en als a negatief is de functie strikt **dalend**.
- het (enige) snijpunt van de grafiek met de y-as is het punt $(0, b)$.

CC BY-NC-SA 4.0

- het (enige) snijpunt van de grafiek met de x-as is het punt $(-\frac{b}{a}, 0)$. Het getal $-\frac{b}{a}$ is ook het (enige) *nulpunt* van de functie, en de (enige) oplossing van de vergelijking $ax + b = 0$.

Dit leidt tot volgend **tekenverloop** (ook *tekentabel*) voor de functie $x \mapsto ax + b$:

x		$-b/a$	
$ax+b$ met $a>0$	$-$	0	$+$
$ax+b$ met $a<0$	$+$	0	$-$



Opmerking 2.

- We spreken van *nulpunten* van een functie, *oplossingen* van een vergelijking en *nulpunten* (of *wortels*) van veeltermen. In deze cursus spreken we niet over nulwaarde van een functie, maar wel over nulpunt van een functie.
- als $a = 0$ reduceert de functie zich tot $x \mapsto 0x + b = b$, en dat is geen eerstegraadsfunctie maar een *constante* functie. De grafiek is dan de *horizontale* rechte met vergelijking $y = b$. Deze functie heeft *geen nulpunten* (de grafiek heeft dus geen snijpunten met de x-as), tenzij ook $b = 0$. In dat laatste geval zijn er *oneindig veel nulpunten* (dus snijpunten), want dan is de functie de nulfunctie $x \mapsto 0$.

Voorbeeld 2.

1. Onderzoek voor welke $x \in \mathbb{R}$ geldt dat $8 - 4x < 0$.

Uitwerking: De oplossing van $8 - 4x = 0$ is 2. De coëfficiënt $a = -4$ is negatief, dus is de tekentabel

x		2	
$8-4x$	$+$	0	$-$

De oplossingsverzameling is dus $V =]2, +\infty[$.

CC BY-NC-SA 4.0
KU Leuven (2026/09/28H.59)