Ongelijkheden met veeltermen

We geven eerst een voorbeeld van het oplossen van een ongelijkheid met een **eerstegraadsveelterm**.

Voorbeeld 1 (Ongelijkheid eerstegraadsveelterm)**.**

1. Onderzoek welke $x \in \mathbb{R}$ voldoen aan $2x + 3 < 5$.

$$\begin{array}{rcll} 2x+3 & < & 5 & \\ & \Updownarrow & & (\ -3 \text{ optellen}) \\ 2x & < & 2 & \\ & \Updownarrow & & (\ \text{delen door } 2) \\ x & < & 1 & (x \text{ is kleiner dan } 1) \end{array}$$

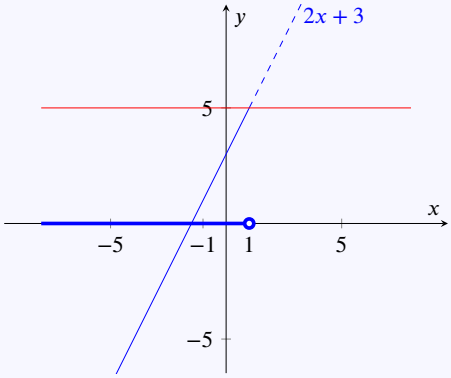
Dus is de oplossingsverzameling $V =]-\infty, 1\,[$.

Deze ongelijkheid kan ook opgelost worden door eerst bij beide leden -5 op te tellen

$$2x - 2 < 0$$

en dan het tekenverloop van de eerstegraadsfunctie $x \mapsto 2x - 2$ te gebruiken:

x		1	
$2x-2$	$-$	0	$+$



2. Onderzoek welke $x \in \mathbb{R}$ voldoen aan $-2x + 3 < 5$.

$$\begin{array}{rcll} -2x+3 & < & 5 & \\ & \Updownarrow & & (\ -3 \text{ optellen}) \\ -2x & < & 2 & \\ & \Updownarrow & & (\ \text{delen door } -2, \text{ ongelijkheid omkeren}) \\ x & > & -1 & (x \text{ is groter dan } -1) \end{array}$$

Dus is de oplossingsverzameling $V =]-1, +\infty[$.

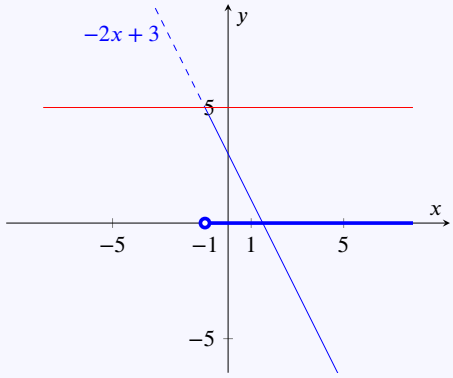
Deze ongelijkheid kan ook opgelost worden door eerst bij beide leden -5 op te tellen

$$-2x - 2 < 0$$

en dan het tekenverloop van de eerstegraadsfunctie $x \mapsto -2x - 2$ te gebruiken:

x		-1	
$-2x-2$	$+$	0	$-$

CC BY-NC-SA 4.0



Het oplossen van ongelijkheden met **hogere graadsveeltermen** kan door alle termen naar één lid te brengen en van de verkregen veeltermfunctie het tekenverloop op te stellen. We geven een voorbeeld met een derdegraadsveelterm.

Voorbeeld 2 (Ongelijkheid derdegraadsveelterm)**.**

Onderzoek welke $x \in \mathbb{R}$ voldoen aan $2x^3 + 2x^2 + 2 < x^3 + 5x + 8$.

We lossen deze ongelijkheid op door eerst bij beide leden $-x^3 - 5x - 8$ op te tellen, zodat we een ongelijkheid van de vorm $p(x) < 0$ verkrijgen:

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 < 0$$

Dan gebruiken we het tekenverloop van de derdegraadsfunctie $x \mapsto x^3 + 2x^2 - 5x - 6$. Hiervoor ontbinden we de veelterm $p(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ in factoren. We zoeken een nulpunt van de gegeven veelterm. We gaan na of $p(x)$ een geheel nulpunt a heeft. Hiervoor moet a een deler zijn van de constante term. De mogelijkheden zijn dus $1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6$. We berekenen $p(1) = 1 + 2 - 5 - 6 \neq 0$, maar $p(-1) = -1 + 2 + 5 - 6 = 0$.

Er bestaat dus zeker een veelterm $q(x)$ zodat $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x + 1)q(x)$. Deze veelterm $q(x)$ kan je berekenen met de Euclidische deling:

$$\begin{array}{rcrcrcr|l}
1x^3 & + & 2x^2 & - & 5x & - & 6 & x+1 \\
\cline{8-8}
-\,(1x^3 & + & x^2) & & & & & x^2+x-6 \\
\cline{1-3}
 & & x^2 & - & 5x & - & 6 & \\
 & & -\,(x^2 & + & x) & & & \\
\cline{3-5}
 & & & & -6x & - & 6 & \\
 & & & & -\,(-6x & - & 6) & \\
\cline{5-7}
 & & & & & & 0 &
\end{array}$$

Hieruit volgt dat $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x + 1)(x^2 + x - 6)$.

De veelterm $q(x)$ kan ook gevonden worden door het rekenschema van Horner te gebruiken:

$$\begin{array}{r|cccc}
 & 1 & 2 & -5 & -6 \\
-1 & & -1 & -1 & 6 \\
\hline
 & 1 & 1 & -6 & 0
\end{array}$$

Nu stellen we het tekenverloop op van deze veelterm, analoog aan het voorbeeld.

- $(x + 1)$ heeft één nulpunt: -1.
- $(x^2 + x - 6)$ heeft twee nulpunten: 2 en -3.

CC BY-NC-SA 4.0
KU Leuven (2026/09/28H.59)

Dit geeft het volgende tekenverloop:

x		-3		-1		2	
$x+1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
x^2+x-6	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$
x^3+2x^2-5x-6	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hieruit kunnen we aflezen wanneer $x^3+2x^2-5x-6<0$. De oplossingsverzameling van deze ongelijkheid is dus $V=]-\infty,-3[\cup]-1,2[$.

CC BY-NC-SA 4.0
KU Leuven (2026/09/28H.59)