Notatie

We maken speciaal voor deze cursus volgende afspraken, die *niet algemeen gebruikt* worden in de wiskunde:

Notatie 1 (*Specifieke* begrippen en notaties voor deze cursus)**.**

(a) Definities, eigenschappen en andere belangrijke zaken staan in een kader (zoals deze Notatie). Er is daarvoor volgende kleurcode: groen voor definities en eigenschappen, blauw voor voorbeelden en oefeningen, en geel-bruin voor opmerkingen en uitweidingen.

Zeer belangrijke formules vallen nog meer op, zoals bijvoorbeeld:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

We gebruiken meestal *italics* om iets te laten opvallen, en **vet** om een nieuw begrip te definiëren.

(b) Een **pseudo-definitie** is iets dat erg lijkt op een definitie, maar strikt wiskundig geen correcte definitie is. Bijvoorbeeld voor limieten en continuïteit van functies geven we in de hoofdtekst enkel 'pseudo-definities', omdat strikt wiskundige definities ons te ver zouden leiden.

(c) Een **niet-eigenschap** of een **niet-voorbeeld** illustreren (meestal zo typisch mogelijk) iets dat *niet* (algemeen) geldig is. We geven dergelijke niet-eigenschappen meestal doorstreept weer. Bijvoorbeeld $(1+1)^2 \neq 1^2 + 1^2$ (omdat $(1+1)^2 = 4$ en $1^2 + 1^2 = 2$) is een niet-voorbeeld om aan te tonen dat het kwadraat van een som niet gelijk is aan de som van de kwadraten:

$$\cancel{(a+b)^2 = a^2 + b^2} \text{ want } \underbrace{(1+1)^2}_{=2^2=4} \neq \underbrace{1^2 + 1^2}_{=1+1=2}$$

Het is in het algemeen belangrijk zowel de eigenschappen te kennen als de niet-eigenschappen.

> **Uitweiding 1** (Over niet-eigenschappen (en uitweidingen))**.** Omdat in de wiskunde natuurlijk enkel gebruik mag gemaakt worden van de echte eigenschappen, en alles wat daar niet onder valt *niet* mag worden gebruikt, zou men kunnen denken dat het begrip niet-eigenschap overbodig is. Toch stelt men vast dat veel studenten baat hebben bij expliciete voorbeelden van *niet*-eigenschappen.
>
> Bij deze is onmiddellijk ook aangetoond waarvoor we '*Uitweidingen*' gebruiken, namelijk voor mogelijk interessante achtergrondinformatie, extra voorbeelden, motiveringen voor bepaalde definities of afspraken. Allemaal mogelijk interessante zaken, maar die niet noodzakelijk zijn om het verhaal van de cursus te volgen, en ook niet behoren tot de voorkennis die in deze cursus aangebracht en herhaald wordt.
>
> Er bestaan versies van deze cursus waar de uitweidingen gewoon zijn weggelaten, maar als je deze zin nu aan het lezen bent, dan gebruik je blijkbaar op dit ogenblik de versie *met* de uitweidingen!

We gebruiken ook volgende *algemeen geldende afspraken en notaties* in de wiskunde. Deze notaties worden in de betreffende hoofdstukken nog uitgebreider toegelicht.

Notatie 2 (*Algemeen* geldende wiskundige begrippen en notaties)**.**

(a) We gebruiken de pijl $\mapsto$ in formules van het type $x \mapsto f(x)$ of $f : x \mapsto f(x)$ altijd om een functie aan te duiden die x afbeeldt op $f(x)$. Dus, $x \mapsto x^2$ is de functie 'kwadrateer', en $x \mapsto \sin x$ is de sinusfunctie, en betekent hetzelfde als de voor sommigen meer vertrouwde notatie $y = f(x)$ en $y = \sin(x)$. We gebruiken de pijl $\to$ in formules $x \to c$ altijd om aan te duiden dat x naar c gaat (dus bij limieten), of in formules $f : A \to B$ om aan te duiden dat f

CC BY-NC-SA 4.0

Notatie

een functie is van de verzameling A naar de verzameling B. Als we een volledige definitie van een functie willen geven, schrijven we dus $f : A \to B : x \mapsto f(x)$, en dat lezen we als '$f$ is een *functie* van (de verzameling) A naar (de verzameling) B die x *afbeeldt* op $f(x)$'.

(b) We gebruiken het symbool $\iff$ om aan te geven dat twee uitdrukkingen equivalent zijn: $A \iff B$ betekent dat A waar is *als en slechts als* B waar is.

> **Uitweiding 2** (asa iff ssi)**.** Soms schrijft men ook 'asa' voor 'als en slechts als'. In het Engels gebruikt met soms 'iff' (if and only if) en in het Frans 'ssi' (si et seulement si). Soms gebruikt men ook de pijl $\longleftrightarrow$. Je kan de pijl $\iff$ dikwijls ook lezen als 'betekent hetzelfde als': Jan is geslaagd $\iff$ Jan is niet gebuisd.

(c) We gebruiken verzamelingen $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$ (*natuurlijke getallen*), $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$ (*gehele getallen*), $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} |\ a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$ (*rationale getallen*) en $\mathbb{R}$ (*reële getallen*).

(d) We noteren $a \in \mathbb{R}$ voor 'a is een element van $\mathbb{R}$', dus a is een (willekeurig) reëel getal.

(e) We noteren $A \subset \mathbb{R}$ (of soms $A \subseteq \mathbb{R}$) voor 'A is een deelverzameling van $\mathbb{R}$'. Beide notaties betekenen in deze cursus hetzelfde, en $A \subset B$ sluit *niet* uit dan $A = B$.

(f) We noteren $[a, b]$ voor het *interval* tussen a en b met a en b inbegrepen, en $[a, b[$ voor hetzelfde interval, maar zonder de b. Hierbij zijn $a, b \in \mathbb{R}$ met $a < b$.

(g) We gebruiken $A \overset{\text{def}}{=} B$ om aan te duiden dat uitdrukking A *per definitie* gelijk is aan B. We veronderstellen dus dat uitdrukking A voordien geen betekenis had, uitdrukking B wel, en dat vanaf nu A hetzelfde betekent als B.

Voorbeeld: $\sqrt{a} \overset{\text{def}}{=} a^{\frac{1}{2}}$ definieert het symbool $\sqrt{a}$ als we rationale machten al kennen, maar $a^{\frac{1}{2}} \overset{\text{def}}{=} \sqrt{a}$ definieert een rationale macht, als we het symbool $\sqrt{a}$ al zouden kennen.

Soms gebruiken we $\overset{\text{notatie}}{=}$ om een nieuwe *notatie* in te voeren.

(h) Als we zeggen dat 'men kan bewijzen dat ...', dan bedoelen we inderdaad dat 'men' dat kan bewijzen, maar dat we niet verwachten dat jij dat ook kan bewijzen. Het bewijs is dus *geen* leerstof, en allicht ook niet volledig triviaal. Het woord *triviaal* betekent vanzelfsprekend. Als het bewijs wel relatief eenvoudig is, zullen we soms zeggen 'je kan als oefening bewijzen dat...'.

CC BY-NC-SA 4.0