Driehoeken oplossen

Het 'oplossen van driehoeken' betekent het bepalen van *alle* zijden en hoeken als er enkele gegeven zijn. Volgende eigenschappen worden daarbij gebruikt:

Eigenschap 1 (Herhaling eigenschappen driehoeken)**.**

In elke driehoek geldt: de som van de drie hoeken is $180°$ of π rad.

In een rechthoekige driehoek geldt:

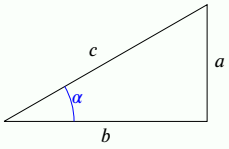
$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{Stelling van Pythagoras}$$

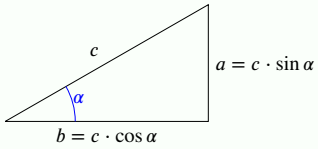
$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{overstaande zijde}}{\text{schuine zijde}} \qquad a = \sin\alpha \cdot c \quad \text{SOS}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{aanliggende zijde}}{\text{schuine zijde}} \qquad b = \cos\alpha \cdot c \quad \text{CAS}$$

$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{overstaande zijde}}{\text{aanliggende zijde}} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad a = \tan\alpha \cdot b \quad \text{TOA}$$

$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad b = \cot\alpha \cdot a \quad \text{cotangens}$$





Eigenschap 2 (Sinusregel en cosinusregel in een willekeurige driehoek)**.**

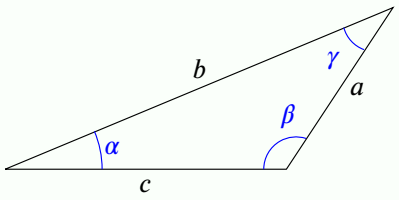
Sinusregel (de verhouding tussen lengtes van zijden en de sinus van hun overstaande hoeken is constant)

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

Cosinusregel (geeft een verband tussen kwadraten van de zijden en één hoek)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\,\cos\gamma$$

Alternatieve formuleringen: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\,\cos\alpha$ en $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\,\cos\beta$



Opmerking 1. Enkele tips om deze regels toe te passen in oefeningen:

- De **sinusregel** legt een verband tussen verhoudingen van lengtes en hun overstaande hoeken. Stel dat je de lengte van een zijde kent, alsook de grootte van haar overstaande hoek. Indien je dan de lengte kent van een andere zijde, dan kan je met de sinusregel de grootte van haar overstaande hoek berekenen. Omgekeerd, stel dat je de grootte van een andere hoek kent, dan

CC BY-NC-SA 4.0

kan je de lengte van haar overstaande zijde berekenen.

Je kan de sinusregel ook lezen als $\frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$, $a = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \cdot b$ of $\sin\alpha = \frac{a}{b} \cdot \sin\beta$.

- De **cosinusregel** legt een verband tussen één hoek en de lengtes van alle zijden van de driehoek. Om de cosinusregel gemakkelijk te memoriseren, onthoud je dat de lengte van de zijde die aan de linkerkant van de vergelijking voorkomt (c hierboven) de overstaande zijde is van de hoek die voorkomt in het rechterlid van formule (γ hierboven). In oefeningen kan je met de cosinusregel de lengte van een zijde berekenen als je zowel de grootte van haar overstaande hoek kent als de lengtes van de twee andere zijden, of je kan eender welke hoek berekenen als je de lengtes van alle zijden kent.
- De cosinusregel is eigenlijk een uitbreiding van de stelling van Pythagoras. Als γ een rechte hoek is, dan is $\cos\gamma = 0$. De cosinusregel, toegepast op de hoek γ, geeft dan $c^2 = a^2 + b^2$. En inderdaad, in deze rechthoekige driehoek is c de schuine zijde en de cosinusregel is precies de stelling van Pythagoras. De cosinusregel geeft dus precies de correctieterm voor de stelling van Pythagoras bij niet-rechthoekige driehoeken.

CC BY-NC-SA 4.0