Soorten functies

Er bestaan verschillende categorieën functies. We beschrijven hier enkele veelvoorkomende soorten.

Machtsfuncties

Een eerste soort functies maakt gebruik van machten.

Definitie 1.

Een **machtsfunctie** is een functie van de vorm

$$f : x \mapsto ax^r,$$

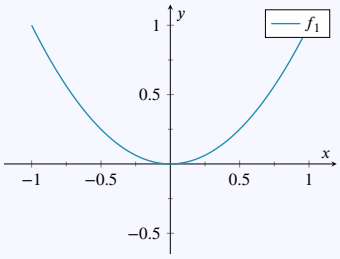
waarbij $a \in \mathbb{R}$ en $r \in \mathbb{R}$.

Het domein van een machtsfunctie hangt af van de exponent r.

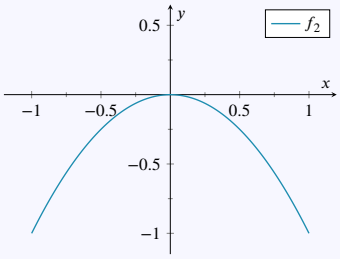
We geven enkele machtsfuncties waarvan het nuttig is om de grafiek te onthouden!

Voorbeeld 1. Belangrijke voorbeelden van machtsfuncties zijn:

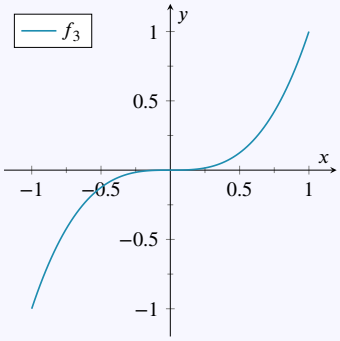
- $f_1 : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2$



- $f_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto -x^2$



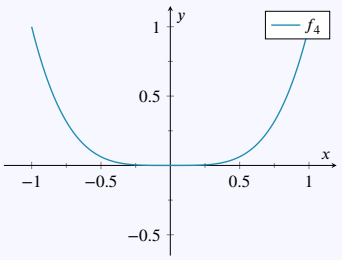
- $f_3 : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3$



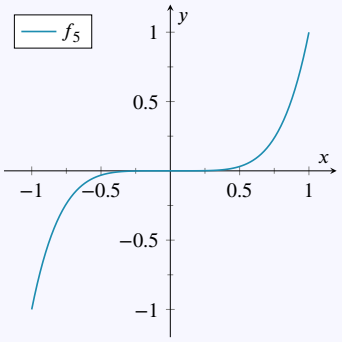
- $f_4 : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^4$

CC BY-NC-SA 4.0

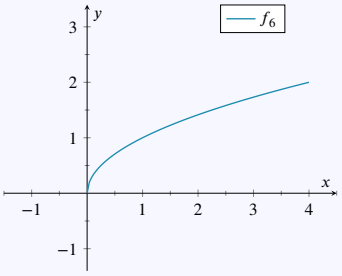
Soorten functies



- $f_5 : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^5$



- $f_6 : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R} : x \mapsto \sqrt{x} = x^{1/2}$



We bekijken nog twee belangrijke grafieken van machtsfuncties.

Voorbeeld 2.

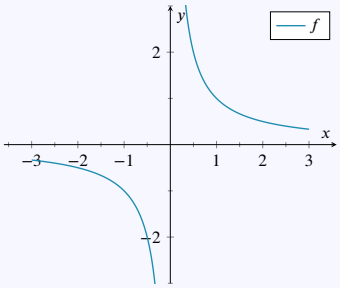
- $f : \mathbb{R}_0 \to \mathbb{R} : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

  Om een idee te vormen van de grafiek van deze functie observeren we het volgende:

  Wanneer we x positief nemen en steeds groter laten worden (bijvoorbeeld $1, 2, 3, \ldots$), dan zal $f(x) = \dfrac{1}{x}$ kleiner worden $(1, \dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{3}, \ldots)$ en steeds dichter bij nul liggen. Ook geldt dat wanneer we x negatief nemen en steeds kleiner laten worden (bijvoorbeeld $-1, -2, -3, \ldots$), dan zal $f(x) = \dfrac{1}{x}$ steeds dichter bij nul liggen $(-1, -\dfrac{1}{2}, -\dfrac{1}{3}, \ldots)$.

  Wanneer we x positief nemen en steeds dichter naar nul laten gaan (bijvoorbeeld $1, \dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{3}, \ldots$), dan zal $f(x) = \dfrac{1}{x}$ steeds groter worden $(1, 2, 3, \ldots)$. Wanneer we x negatief nemen en steeds dichter naar nul laten gaan (bijvoorbeeld $-1, -\dfrac{1}{2}, -\dfrac{1}{3}, \ldots$), dan zal $f(x) = \dfrac{1}{x}$ steeds meer negatief worden $(-1, -2, -3, \ldots)$.

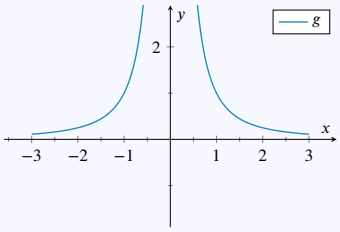
CC BY-NC-SA 4.0
KU Leuven (2026/09/28H.52)



- $g : \mathbb{R}_0 \to \mathbb{R} : x \mapsto \dfrac{1}{x^2}$.

  Een idee vormen van deze grafiek doen we op dezelfde manier als bij de functie f. Wanneer we x positief nemen en steeds groter laten worden (bijvoorbeeld 1,2,3,...), dan zal $g(x) = \dfrac{1}{x^2}$ kleiner worden $(1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, ...)$ en steeds dichter bij nul liggen. Wanneer we x negatief nemen en steeds kleiner laten worden (bijvoorbeeld $-1,-2,-3,...$), dan zal $g(x) = \dfrac{1}{x^2}$ ook kleiner worden $(1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, ...)$ en steeds dichter bij nul liggen.

  Wanneer we x positief nemen en steeds dichter naar nul laten gaan (bijvoorbeeld $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, ...$), dan zal $g(x)$ steeds groter worden $(1,4,9,...)$. Ook geldt dat wanneer we x negatief nemen en steeds dichter naar nul laten gaan (bijvoorbeeld $-1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, ...$), $g(x)$ steeds groter wordt $(1,4,9,...)$.



Opmerking 1.

- Het domein van een machtsfunctie hangt af van de exponent r. Zo heeft $f : x \to x^2$ domein $\mathbb{R}$, terwijl $g : x \to \sqrt{x}$ enkel gedefinieerd is voor $x \geq 0$ en $h : x \to \dfrac{1}{x}$ enkel gedefinieerd is voor $x \neq 0$.
- Het beeld van een machtsfunctie hangt ook af van de exponent r. Zo heeft $f : x \to x^2$ beeld $\mathbb{R}^+$, terwijl $g : x \to x^3$ als beeld $\mathbb{R}$ heeft en $h : x \to \dfrac{1}{x}$ als beeld $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ heeft.

Veeltermfuncties

Een tweede soort maakt gebruik van veeltermen.

Definitie 2.

Een **veeltermfunctie** is een functie f van de vorm

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto p(x),$$

waarbij $p(x)$ een veelterm is.

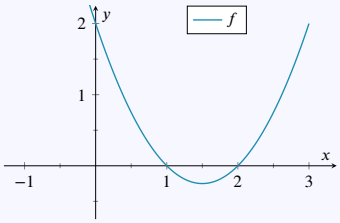
CC BY-NC-SA 4.0

Het domein van een veeltermfunctie is $\mathbb{R}$.

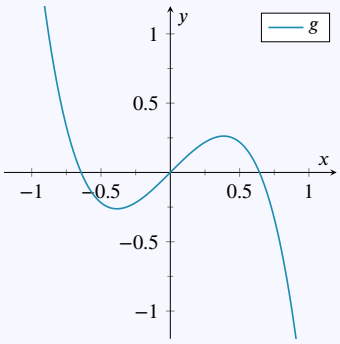
We gaan in volgend voorbeeld niet in op hoe je zelf een schets van de grafiek van een veeltermfunctie kan maken, maar voor eenvoudige voorbeelden lukt dit door de nulpunten te zoeken en het bijhorende tekenverloop op te stellen.

Voorbeeld 3. Voorbeelden van veeltermfuncties zijn:

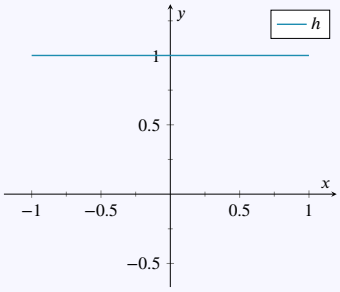
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^2 - 3x + 2$



- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto -x^5 - 2x^3 + x$



- $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto 1$



Opmerking 2.

Elke machtsfunctie van de vorm $f : x \to ax^n$ met $n \in \mathbb{N}$ is een veeltermfunctie.

Rationale functies

Een ander soort functies wordt gedefinieerd aan de hand van veeltermbreuken.

Definitie 3.

CC BY-NC-SA 4.0

Soorten functies

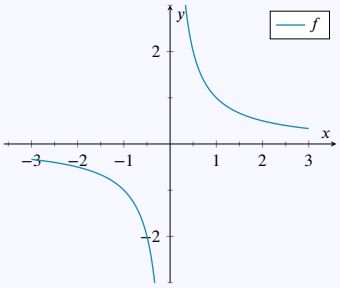
Een **rationale functie** is een functie van de vorm

$$f : x \mapsto \frac{p(x)}{q(x)},$$

waarbij $p(x)$ en $q(x)$ veeltermen zijn en $q(x)$ niet de nulveelterm is.

Het domein van een rationale functie is $\mathrm{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{\text{nulpunten van } q\}$.

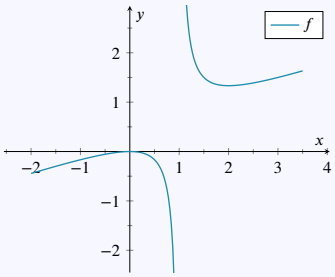
Voorbeeld 4. Een belangrijke rationale functie is $f : \mathbb{R}_0 \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{1}{x}$. Dit is tevens een machtsfunctie.



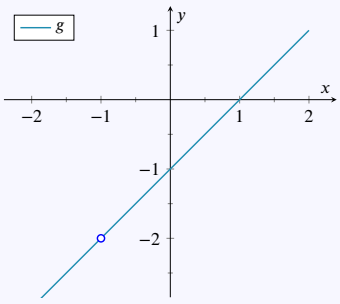
Ter illustratie geven we nog enkele voorbeelden van rationale functies.

Voorbeeld 5. Voorbeelden van rationale functies zijn:

- $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{x^2}{3(x-1)}$



- $g : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R} : x \mapsto \frac{x^2-1}{x+1}$



Deze grafiek is gelijk aan de grafiek van de functie $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x - 1$, behalve in het punt $x = -1$.

CC BY-NC-SA 4.0

Opmerking 3.

Elke veeltermfunctie $f : x \mapsto p(x)$ is ook een rationale functie, want

$$p(x) = \frac{p(x)}{1}.$$

Een machtsfunctie $f : x \mapsto ax^r$ met $r \in \mathbb{Z}$ is ook een rationale functie.

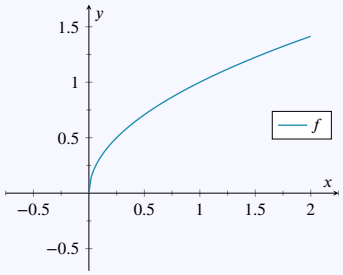
Irrationale functies

Definitie 4.

Een **irrationale functie** is een functie waarbij de onbekende x voorkomt onder een wortelteken.

Het domein van een irrationale functie hangt af van het voorschrift.

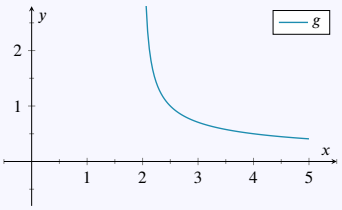
Voorbeeld 6. Een belangrijke irrationale functie is $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R} : x \mapsto \sqrt{x}$. Dit is tevens een machtfunctie.



Ter illustratie geven we nog enkele voorbeelden van irrationale functies.

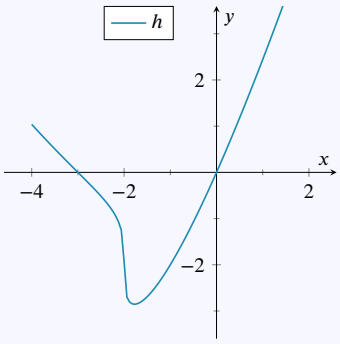
Voorbeeld 7. Voorbeelden van irrationale functies zijn:

- $g :]2, \infty[\to \mathbb{R} : x \mapsto \dfrac{1}{\sqrt{2x-4}}$



- $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x\sqrt[3]{x+2} + x$

CC BY-NC-SA 4.0



Opmerking 4.

Als f een irrationale functie is, dan is het domein $\mathrm{dom}(f)$ afhankelijk van het voorschrift. Als een even wortel voorkomt, moet de uitdrukking onder het wortelteken groter dan of gelijk zijn aan nul. Net als bij rationale functies behoren nulpunten van de noemer niet tot het domein.

Stuksgewijs gedefinieerde functies

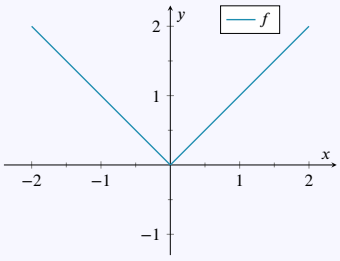
Definitie 5.

Een **stuksgewijs gedefinieerde functie** is een functie die door verschillende voorschriften wordt bepaald op verschillende deelverzamelingen van haar domein.

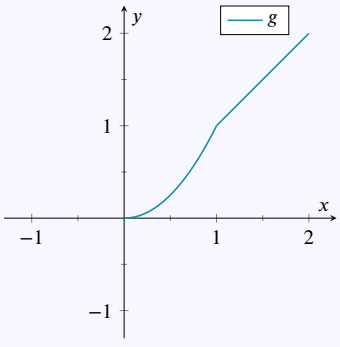
Voorbeeld 8. Voorbeelden van stuksgewijs gedefinieerde functies zijn:

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto |x| = \begin{cases} x & \text{als } x \geq 0 \\ -x & \text{als } x < 0 \end{cases}$

  Deze functie noemen we de absolutewaardefunctie.



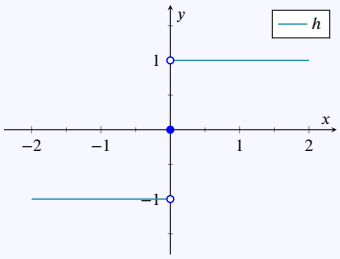
- $g : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R} : x \mapsto \begin{cases} x^2 & \text{als } 0 \leq x < 1 \\ x & \text{als } x \geq 1 \end{cases}$



CC BY-NC-SA 4.0
KU Leuven (2026/09/28H.52)

Soorten functies

- $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \begin{cases} -1 & \text{als } x < 0, \\ 0 & \text{als } x = 0, \\ 1 & \text{als } x > 0. \end{cases}$



Opmerking 5.

- Het domein van een stuksgewijs gedefinieerde functie wordt bepaald door de intervallen waarop de verschillende voorschriften gedefinieerd zijn.
- Het beeld van een stuksgewijs gedefinieerde functie hangt af van de voorschriften op de verschillende deelverzamelingen van het domein. De absolutewaardefunctie $f : x \to |x|$ heeft beeld $\mathbb{R}^+$.

Andere belangrijke soorten functies zijn goniometrische, exponentiële en logaritmische functies. Deze komen later aan bod.

CC BY-NC-SA 4.0