CC BY-NC-SA 4.0
KU Leuven (2026/09/28H.43)

Zomercursus Wiskunde
Groep Wetenschap en Technologie



# Afgeleiden

## Definitie van de afgeleide

Een reële functie $f$ is **afleidbaar** of **differentieerbaar in een punt** $a$ van haar domein als de limiet $\lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ *bestaat* en *eindig* is.

De **afgeleide van** $f$ **in** $a$, genoteerd $f'(a)$ is de waarde van die limiet:

$$f'(a) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

De **afgeleide** in $a$ is de **richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek** in $(a, f(a))$.

De **afgeleide functie van** $f$, genoteerd $f'$, is gedefinieerd waar $f$ afleidbaar is en heeft als functiewaarde in $a$ de afgeleide van $f$ in het punt $a$:

$$f' : x \mapsto f'(x).$$

## Vergelijking raaklijn

De **raaklijn** aan de grafiek van een afleidbare functie $f$ in een punt $(a, f(a))$ heeft als vergelijking

$$y - f(a) = f'(a)(x-a)$$

## Regel van de l'Hôpital

Voor twee reële functies $f$ en $g$ waarbij

- $f$ en $g$ afleidbaar zijn in een omgeving van $c$ (met $c \in \mathbb{R}$ of $c = \pm\infty$),
- $f(c) = g(c) = 0$ ofwel $\lim_{x\to c} f(x) = \pm\infty$ en $\lim_{x\to c} g(x) = \pm\infty$,
- $g'(x) \neq 0$ voor $x \neq c$ in een omgeving van $c$ en
- $\lim_{x\to c} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ bestaat, geldt dat:

$$\lim_{x\to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to c} \frac{f'(x)}{g'(x)} \qquad \left(\text{als } \frac{f(c)}{g(c)} \text{ van de vorm } \frac{0}{0} \text{ of } \frac{\infty}{\infty}\right)$$

## Basisafgeleiden

| | |
|---|---|
| $(c)' = 0$ | $(x^r)' = rx^{r-1}$ |
| $(e^x)' = e^x$ | $(a^x)' = a^x \ln a$ |
| $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ | $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ |
| $(\sin x)' = \cos x$ | $(\cos x)' = -\sin x$ |
| $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ | $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$ |

$$(\text{bgsin } x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad (\text{bgcos } x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad (\text{bgtan } x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

Extra: omdat $\sec x = \frac{1}{\cos x}$ en $\csc x = \frac{1}{\sin x}$ is ook $(\tan x)' = \sec^2 x$ en $(\cot x)' = -\csc^2 x$.

## Rekenregels

Voor afleidbare functies $f$ en $g$, en constanten $c \in \mathbb{R}$ geldt:

| | | |
|---|---|---|
| $(cf)' = cf'$ | **(scalair veelvoud)** | $(5x)' = 5(x)' = 5$ |
| $(f+g)' = f' + g'$ | **(somregel)** | $(x + x^2)' = 1 + 2x$ |
| $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$ | **(productregel)** | $\left((5x+2)\cdot x^2\right)' = 5 \cdot x^2 + 2x \cdot (5x+2)$ |
| $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$ | **(quotiëntregel)** | $\left(\frac{x^7+1}{x^2}\right)' = \frac{7x^6 \cdot x^2 - 2x \cdot (x^7+1)}{x^4}$ |
| $\left(f(g(x))\right)' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ | **(kettingregel)** | $\left((x^7+1)^{42}\right)' = 42(x^7+1)^{41} \cdot 7x^6$ |

Extra voorbeelden:

$$\left(e^{2x}\right)' = 2e^{2x} \qquad \left(e^{x^4}\right)' = 4x^3 e^{x^4}$$
$$\left(e^{\sin 3x}\right)' = 3e^{\sin 3x}\cos 3x \qquad \left(e^{5x}\sin 3x\right)' = 5e^{5x}\sin 3x + 3e^{5x}\cos 3x$$
$$\left(\sin x^2\right)' = 2x\cos x^2 \qquad \left(\sin^2 x\right)' = 2\sin x\cos x = \sin 2x$$



KU Leuven CC BY-NC-SA 4.0 versie 2026/09/17