Toepassingen exponentiële en logaritmische functies

0.1 Niveau 2

Oefening 1. Jodium 131 heeft een halveringstijd van 8 dagen d.w.z. dat de hoeveelheid radioactieve massa jodium 131 na 8 dagen slechts de helft van de oorspronkelijke hoeveelheid bedraagt.

1. De groeifactor per tijdseenheid van een dag = … …

2. Geef het functievoorschrift dat deze groeifunctie beschrijft in de vorm $f(t) = b_0 \cdot g^t$, waarbij t gemeten wordt in dagen en we de beginwaarde van de radioactieve massa noteren we met b_0.

$f(t) =$ … …

3. Geef het functievoorschrift dat deze groeifunctie beschrijft in de vorm $f(t) = b_0 \cdot e^{-\lambda t}$ met $\lambda > 0$, waarbij t gemeten wordt in dagen en we de beginwaarde van de radioactieve massa noteren we met b_0.

$f(t) =$ … …

4. Wanneer is de hoeveelheid jodium 131 gedaald tot $1/20$ van de oorspronkelijke hoeveelheid?

Na … … dagen.

Oefening 2. Het CO_2 dat in de atmosfeer voorkomt, bevat het stabiele ^{12}C en de radioactieve isotoop ^{14}C die een halveringstijd van 5730 jaar heeft. Wetenschappers nemen aan dat de verhouding van de hoeveelheden ^{14}C en ^{12}C in de CO_2 van de atmosfeer nagenoeg constant is. Noem die verhouding R_0. Levende planten absorberen CO_2 uit de lucht en daarom is de verhouding tussen ^{14}C en ^{12}C in een levende plant hetzelfde als in de lucht, nl. R_0. Wanneer een plant afsterft, stopt de absorptie van CO_2. Het stabiele ^{12}C blijft in de plant, terwijl het radioactieve ^{14}C exponentieel vervalt.

1. Geef het functievoorschrift van de grootheid $R(t)$ die de verhouding is van de hoeveelheid ^{14}C t.o.v. ^{12}C in de plantenresten t jaar na het afsterven van de plant.

$R(t) =$ … …

2. Een archeoloog vindt een fossiel waarvan de verhouding van de hoeveelheid ^{14}C t.o.v. ^{12}C 1/5 is van die in de atmosfeer. Hoe oud is dat fossiel?

… … jaar.

Oefening 3. Een geluid, geproduceerd met een intensiteit van I watt/m^2, levert volgend geluidsniveau

$$\text{dB-niveau} = 10 \log_{10}(10^{12} I) \text{ dB}.$$

1. Toon aan dat als je de intensiteit van je stereo verdubbelt, het geluidsniveau slechts met ongeveer 3 dB verhoogt.

2. Met welke factor moet je de intensiteit vermenigvuldigen opdat het geluidsniveau met 10 dB vermeerdert.

I moet met een factor … … vermenigvuldigd worden.

0.2 Niveau 3

Oefening 4. Je maakt een avontuurlijke reis door Afrika, in een zone met hoog risico voor malariabesmetting en slikt daarom regelmatig pilletjes met antistoffen. Op een dag word je echter bestolen; niet alleen ben je al je geld kwijt, maar bovendien ook je hele voorraad pilletjes. Toevallig had je nog één dosis (500 mg) antistoffen in je broekzak zitten. Je hebt op dat ogenblik, als gevolg van wekenlange inname, 1000 mg antistoffen in je bloed. Laten we veronderstellen dat je pas gevaar loopt

CC BY-NC-SA 4.0

besmet te raken wanneer de hoeveelheid antistoffen in het bloed kleiner wordt dan 750 mg. Voorlopig is er dus niets aan de hand. Je lichaam verwijdert deze vreemde stoffen echter geleidelijk — met een halveringstijd van 3 weken — dus vroeg of laat onstaat er een reële kans op besmetting. Beschouw de volgende twee mogelijkheden:

(a) Je neemt onmiddellijk die laatste dosis in.

1. De totale hoeveelheid antistoffen komt daarmee op ..... mg.

2. Hiermee kan je nog gedurende ..... dagen boven de kritische drempel van 750 mg kan blijven.

(b) Je stelt de inname van die laatste dosis nog even uit: je wacht namelijk tot je de kritische waarde een eerste maal bereikt, en slikt pas dan je laatste pilletje.

3. Je bereikt de drempel van 750 mg na ongeveer ..... dagen.

4. Daarna kan je opnieuw een tijdje verder, nl. nog ..... dagen, vooraleer je antistof-peil onherroepelijk onder de 750 mg duikt.

Wat is het verstandigst, onmiddellijke of uitgestelde inname?

CC BY-NC-SA 4.0
KU Leuven (2026/09/28H.59)