Afgeleiden van goniometrische en cyclometrische functies

Vertrekkend van de definitie van de afgeleide functie kan men volgende formules aantonen.

Eigenschap 1 (Afgeleiden goniometrische en cyclometrische functies)**.**

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x \qquad (\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} = -\csc^2 x$$

$$(\text{bgsin}\, x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad (\text{bgcos}\, x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad (\text{bgtan}\, x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

Dezelfde regels kunnen ook geschreven worden met de $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}$ notatie:

Eigenschap 2 (Afgeleiden goniometrische en cyclometrische functies)**.**

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\sin x = \cos x \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\cos x = -\sin x$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\tan x = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\cot x = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\,\text{bgsin}\, x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\,\text{bgcos}\, x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\,\text{bgtan}\, x = \frac{1}{1+x^2}$$

of met differentialen:

Eigenschap 3 (Afgeleiden goniometrische en cyclometrische functies)**.**

$$\mathrm{d}(\sin x) = \cos x\,\mathrm{d}x \qquad \mathrm{d}(\cos x) = -\sin x\,\mathrm{d}x$$

$$\mathrm{d}(\tan x) = \frac{\mathrm{d}x}{\cos^2 x} \qquad \mathrm{d}(\cot x) = -\frac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x}$$

$$\mathrm{d}(\text{bgsin}\, x) = \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} \qquad \mathrm{d}(\text{bgcos}\, x) = -\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} \qquad \mathrm{d}(\text{bgtan}\, x) = \frac{\mathrm{d}x}{1+x^2}$$

Opmerking 1. We begrijpen deze regels als volgt:

- de afgeleide van de sinus is de cosinus en de afgeleide van de cosinus is *min* de sinus.
- omdat $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$ kan men ook schrijven dat

  $$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$$

  en dat is soms handig omdat het de afgeleide van de tangens terug schrijft in functie van een tangens.
- we zullen verder zien hoe de formules voor tangens en cotangens kunnen worden berekend

CC BY-NC-SA 4.0