Introductie Week 5

Voor sommigen van jullie zijn integralen waarschijnlijk al gekend terwijl dit voor anderen nieuwe leerstof is. Zorg ervoor dat je vlot wordt in het berekenen van integralen. Dit is een erg belangrijke vaardigheid voor het vervolg van dit opleidingsonderdeel. De rekenregels en theorie die je op deze pagina vindt moeten in je geheugen zitten voor je aan de oefenzitting begint.

Zowel bij het onderdeel 'Splitsen in partieelbreuken' van deze week als in de oefenzittingen van volgende week zullen we meermaals nulpunten van tweedegraadstermen moeten berekenen en moeten splitsen in factoren. Daarom raden we je aan om deze technieken ook te herhalen indien nodig.

Primitieve functies

Het berekenen van de onbepaalde integraal van een functie f, genoteerd $\int f(x)\,dx$, komt neer op het zoeken van een primitieve functie F, d.w.z. een functie F zodat $F'(x) = f(x)$. Dus

$$\frac{dF(x)}{dx} = f(x) \Leftrightarrow \int f(x)\,dx = F(x) + C$$

We geven hier enkele basisintegralen.

- $\int x^r\,dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + C$ met $r \neq -1$ een constante

  Bijvoorbeeld

  - $r = 0$: $\int 1\,dx = \int dx = x + C$
  - $r = 1$: $\int x\,dx = \frac{x^2}{2} + C$
  - $r = \frac{1}{2}$: $\int \sqrt{x}\,dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$

- $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C$
- $\int e^x\,dx = e^x + C$ en $\int a^x\,dx = \frac{1}{\ln a}a^x + C$ voor $a > 0, a \neq 1$
- $\int \cos(x)\,dx = \sin(x) + C$ en $\int \sin(x)\,dx = -\cos(x) + C$
- $\int af(x)\,dx = a\int f(x)\,dx$ en $\int (f(x) + g(x))\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$

Integratietechnieken

- **Substitutie:** $\int f(g(x))g'(x)\,dx = \int f(g(x))\,d(g(x)) = \int f(u)\,du.$
- **Partiële integratie:**

  Notatie 1: $\int u \cdot v'\,dx = u \cdot v - \int u' \cdot v\,dx$

  Notatie 2: $\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$

CC BY-NC-SA 4.0

- **Splitsen in partieelbreuken:** Integralen van het type

$$\int \frac{mx+q}{(x-a)(x-b)}\,dx$$

met $a \neq b$ zijn op te lossen door splitsing in partieelbreuken. Stel

$$\frac{mx+q}{(x-a)(x-b)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b}$$

Vind A en B door het rechterlid op één noemer te brengen. Zie voorbeeld 3 in sectie 7.3 in het handboek of in de sectie Splitsen in partieelbreuken.

CC BY-NC-SA 4.0