## Substitutie bij bepaalde integralen

Bij het berekenen van *bepaalde* integralen met substitutie moeten voor de *nieuwe* substitutie-variabele ook de integratiegrenzen worden aangepast. Er zijn twee oplossingsmethodes: ofwel bereken je de nieuwe integratiegrenzen en gebruik je deze om de integraal uit te rekenen, ofwel bereken je eerst de *onbepaalde* integraal, en vul je in de uitkomst de oorspronkelijke grenzen in.

**Voorbeeld 1.** Bereken $\int_1^2 e^{x^2} 2x \, dx$

- **Schrijfwijze 1:** We illustreren beide methodes:
  - *Methode 1:* **Eerst de onbepaalde integraal berekenen** met de substitutie $u = x^2$;

$$\int e^{x^2} 2x \, dx = e^{x^2} + c, c \in \mathbb{R},$$

    en dan $\int_a^b f(x) \, dx = \left[F(x)\right]_a^b = F(b) - F(a)$ toepassen:

$$\int_1^2 e^{x^2} 2x \, dx = \left[e^{x^2}\right]_1^2 = e^{2^2} - e^{1^2} = e^4 - e.$$

  - *Methode 2:* **Integratiegrenzen aanpassen**: Stel $u = x^2$, dan is $du = dx^2 = 2xdx$. Als $x = 1$ dan is $u = 1$, als $x = 2$ dan is $u = 4$

$$\int_1^2 e^{x^2} 2x \, dx = \int_1^4 e^u \, du = \left[e^u\right]_1^4 = e^4 - e$$

- **Schrijfwijze 2:**

$$\int_1^2 e^{x^2} 2x \, dx = \int_1^2 e^{x^2} \, dx^2 = \left[e^{x^2}\right]_1^2 = e^{2^2} - e^{1^2} = e^4 - e$$

**Opmerking 1.** De eerste methode, dus eerst de onbepaalde integraal uitrekenen en dan $\int_a^b f(x) \, dx = \left[F(x)\right]_a^b = F(b) - F(a)$ toepassen, heeft als voordeel dat je dan de nieuwe grenzen niet moet zoeken. Vaak gemaakte fouten zijn:

- De grenzen van $x$ gebruiken als grenzen voor $u$:

$$\cancel{\int_1^2 e^{x^2} 2x \, dx = \int_1^2 e^u \, du}$$

- Tijdens de berekening van de bepaalde integraal de grenzen niet aanpassen, ook al geeft dit een correct resultaat:

$$\int_1^2 e^{x^2} 2x \, dx \neq \int_1^2 e^u \, du \neq \left[e^{x^2}\right]_1^2 = e^{2^2} - e^{1^2} = e^4 - e$$

CC BY-NC-SA 4.0