Introductie Week 3

In deze week staan afgeleiden centraal. Sommige studenten zullen hier al goed mee vertrouwd zijn, voor anderen is dit een uitdaging. Het is echter belangrijk om vlot afgeleiden te kunnen berekenen, daar ligt deze week dan ook de focus op. De rekenregels en theorie die je op deze pagina vindt hoor je al te kennen. We herhalen ze hier even. Je vindt deze ook terug in de leidraad van week 3.

Definitie 1. De afgeleide van een functie $f(x)$, genoteerd als $f'(x)$ of $\frac{d}{dx}[f(x)]$, wordt gegeven door

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

als deze limiet bestaat.

De afgeleide $f'(c)$ is een getal dat aangeeft in welke zin en hoe sterk $f(x)$ verandert als x verandert, vertrekkend vanuit c.

Eigenschap 1.

- Afgeleide van basisfuncties:

$$\frac{d}{dx}x^r = rx^{r-1}; \quad \frac{d}{dx}\ln(x) = \frac{1}{x}; \quad \frac{d}{dx}a^x = a^x \ln a; \quad \frac{d}{dx}\log_a x = \frac{1}{x \ln a}$$

- Afgeleide van goniometrische functies: $\frac{d}{dx}\sin(x) = \cos(x); \quad \frac{d}{dx}\cos(x) = -\sin(x)$
- Veelvoudregel: $\frac{d}{dx}[af(x)] = a\frac{d}{dx}[f(x)]$ of $(au)' = au'$.
- Somregel: $\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)] = \frac{d}{dx}[f(x)] + \frac{d}{dx}[g(x)]$ of $(u+v)' = u' + v'$.
- Productregel: $\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f(x)\frac{d}{dx}[g(x)] + g(x)\frac{d}{dx}[f(x)]$ of $(uv)' = u'v + v'u$.
- Quotiëntregel: $\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{g(x)\frac{d}{dx}[f(x)] - f(x)\frac{d}{dx}[g(x)]}{g(x)^2}$ of $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - uv'}{v^2}$.
- Kettingregel in Leibniznotatie: $\frac{d}{dx}[f(g(x))] = \frac{d}{dx}[f(v)] = \frac{df}{dv}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$.
- Kettingregel (speciaal geval): $\frac{d}{dx}e^{f(x)} = e^{f(x)}\frac{d}{dx}[f(x)]$
- Afgeleide van een inverse functie: $\frac{d}{dx}f^{-1}(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$.

Definitie 2. De raaklijn in een punt $(c, f(c))$ aan een functie $y = f(x)$ wordt gegeven door

$$y - f(c) = f'(c)(x - c).$$

CC BY-NC-SA 4.0