De faculteit $n!$

Definitie 1 (Faculteit). De **faculteit** van een natuurlijk getal $n!$ (lees: n-faculteit) is

$$n! \overset{\text{def}}{=} n(n-1)(n-2)(n-3)\cdots 3\cdot 2\cdot 1 \quad \text{als } n \in \mathbb{N}_0$$

$$0! \overset{\text{def}}{=} 1.$$

We kunnen natuurlijk de volgorde van de factoren omkeren, en ook schrijven:

$$n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (n-2)\cdot (n-1)\cdot n$$

Voorbeeld 1.

1. $4! = 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 24$
2. $5! = 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 5\cdot 4! = 120$
3. $\dfrac{100!}{98!} = 9900$

Uitwerking: $\dfrac{100!}{98!} = \dfrac{100\cdot 99\cdot \cancel{98}\cdot \cancel{97}\cdot \ldots \cdot \cancel{2}\cdot \cancel{1}}{\cancel{98}\cdot \cancel{97}\cdot \ldots \cdot \cancel{2}\cdot \cancel{1}}$

4. $50\cdot 49\cdot 48\cdot 47 = \dfrac{50!}{46!}$

De voorbeelden illustreren volgende rekenregels voor de faculteitsoperatie:

Eigenschap 1.

$$n! = n(n-1)! \qquad n \in \mathbb{N}_0$$

$$(n+1)! = (n+1)n! \qquad n \in \mathbb{N}$$

$$\frac{n!}{p!} = \frac{n(n-1)\ldots(p+1)\cancel{p}\cdot\cancel{(p-1)}\ldots\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{1}}{\cancel{p}\cdot\cancel{(p-1)}\ldots\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{1}} = n(n-1)\ldots(p+1) \qquad p < n$$

Merk op dat de eerste twee regels precies hetzelfde zeggen namelijk dat de faculteit van een natuurlijk getal gelijk is aan het product van dat getal met de faculteit van het vorige natuurlijke getal.

Opmerking 1. Je kan geen factor buiten haakjes brengen:

$6! = 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1$ en $6! = (2\cdot 3)!$,

maar $6! \neq 2\cdot 3! = 2\cdot (3\cdot 2\cdot 1)$

Oefening 1. Bereken:

1. $\dfrac{10!}{7!} = \ldots\ldots$
2. $\dfrac{1984!}{1983!} = \ldots\ldots$

Oefening 2. Vereenvoudig. ($k, n \in \mathbb{N}$ en $k + n \geqslant 2$)

1. $\dfrac{(k+1)!}{k!} = \ldots\ldots$

CC BY-NC-SA 4.0

2. $\dfrac{(k+3)!}{k!} = \ldots\ldots$

Oefening 3. Vul aan.

1. $(k+1)! + k! = (\ldots\ldots)k!$

2. $\dfrac{1}{(k-1)! \cdot (n+1)!} + \dfrac{1}{k! \cdot n!} = \dfrac{\ldots\ldots}{k! \cdot (n+1)!}$

CC BY-NC-SA 4.0
KU Leuven (2026/09/28H.30)