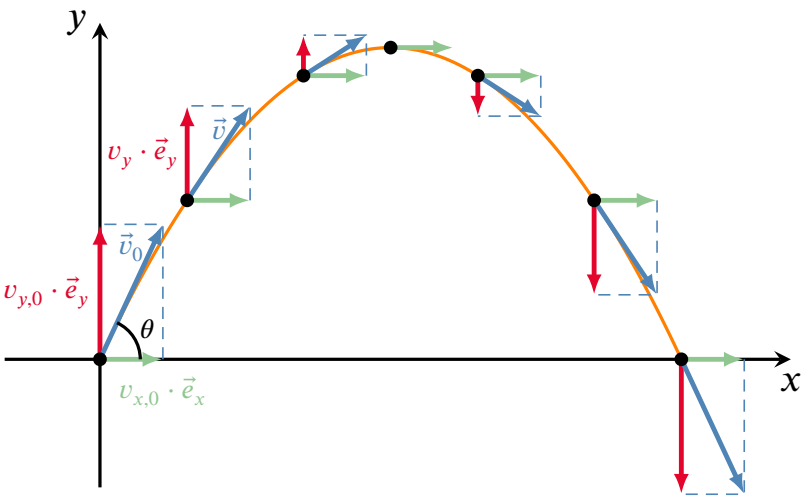
Twee-dimensionale kinematica

In tegenstelling tot de vorige paragraaf waar enkel rechtlijnige bewegingen (1 dimensie) werden beschouwd, bekijken we nu bewegingen in een vlak (2-dimensionaal). Daartoe splitsen we de beschrijving van de beweging op in twee 1-dimensionale bewegingen, nl. in de x- en de y-richting.

0.1 Projectielbeweging - Schuine worp

Een voorbeeld van een 2-dimensionale beweging is de **projectielbeweging**. Dit is de beweging van een projectiel (kogel, bal, ...) nadat dit werd weggeschoten of weggegooid onder een bepaalde hoek θ met de horizontale richting. Luchtwrijving wordt verwaarloosd. Men spreekt ook van **schuine worp**. Het projectiel beschrijft een parabolische baan en landt na een bepaalde tijd t terug op de grond.



Figuur 1 – De verticale component van de snelheid verandert van grootte en zin terwijl de horizontale component steeds hetzelfde blijft.

Eigenschap 1. Indien enkel de zwaartekracht op het voorwerp inwerkt, en de worp vanuit de oorsprong (0,0) vertrekt, bekom je voor de bewegingsvergelijking en de snelheidsvergelijking van de schuine worp ten opzichte van gekozen x- en y-as:

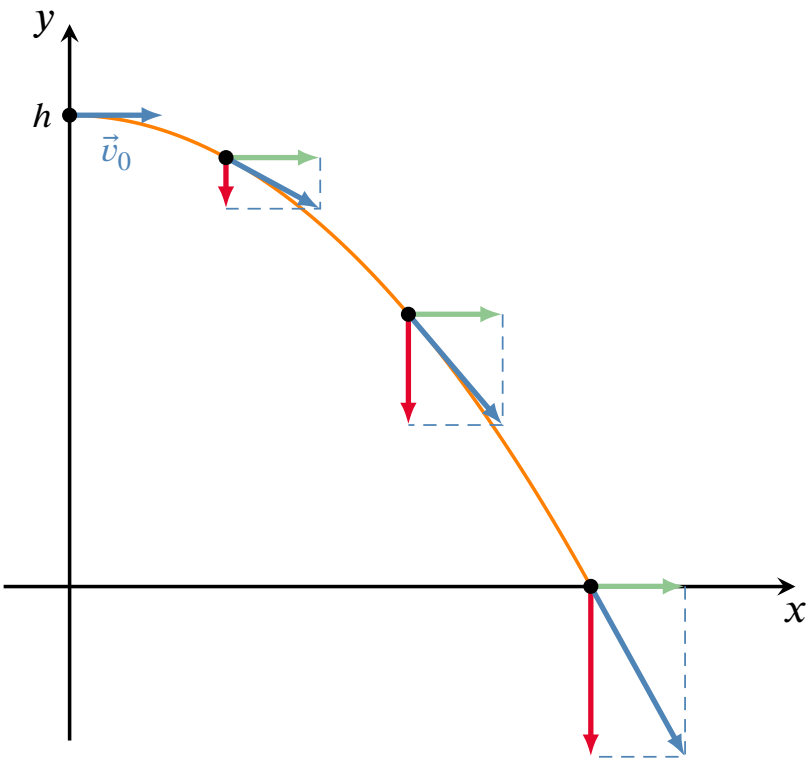
$$x(t) = v_0 \cdot \cos\theta \cdot t \qquad \text{en} \qquad y(t) = v_0 \cdot \sin\theta \cdot t - g \cdot \frac{t^2}{2}$$
$$v_x(t) = v_0 \cdot \cos\theta \qquad\qquad v_y(t) = v_0 \cdot \sin\theta - g \cdot t$$

Er is enkel sprake van een versnelling in de y-richting. Deze versnelling is gelijk aan $a_y = -g$ omdat de zwaartekracht met grootte $F_z = m \cdot g$ tegen de gekozen opwaartse y-as in wijst.

0.2 Horizontale worp

Een speciaal geval van een schuine worp is een projectiel dat horizontaal wordt gelanceerd. Zo is de hoek tussen de beginsnelheid en de horizontale richting gelijk aan $\theta = 0°$. We kiezen hier het vertrek van de worp in het punt (0,h).

CC BY-NC-SA 4.0



Figuur 2 – Horizontale worp.

Eigenschap 2. Voor de horizontale worp vinden we de volgende bewegingsvergelijkingen:

$$x(t) = v_0 \cdot t \qquad \text{en} \qquad y(t) = h - g \cdot \frac{t^2}{2}$$
$$v_x(t) = v_0 \qquad\qquad v_y(t) = -g \cdot t$$

Oefening 1. Een kogel wordt horizontaal weggeschoten vanop een muur met hoogte $h = 50$ m. De kogel treft de grond (en het doelwit) op 400 m afstand van de muur. Hoe groot was de (horizontale) beginsnelheid van de kogel? Verwaarloos de luchtweerstand.

Uitwerking: Stel dat de kogel op de grond valt op het tijdstip t, dan is de x-positie van de kogel 400 m en de y-positie 0 m. Er geldt dus dat $400\ \text{m} = 0\ \text{m} + \text{v}_0 \cdot \text{t}$.

En dus is

$$t = \frac{400\ \text{m}}{v_0}.$$

Voor de y-richting kunnen we dan schrijven dat:

$$0 = 50\ \text{m} - \text{g} \cdot \frac{\text{t}^2}{2}$$
$$0 = 50\ \text{m} - \text{g} \cdot \frac{\left(\frac{400\ \text{m}}{\text{v}_0}\right)^2}{2}$$
$$v_0 = 125\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

BESLUIT: De horizontale beginsnelheid is dus $125\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

CC BY-NC-SA 4.0

0.3 Verticale worp

Een projectiel dat verticaal omhoog gelanceerd wordt (projectielbeweging met $\theta = 90°$) heeft een beginsnelheid die verticaal naar boven is gericht. Door de neerwaartsgerichte valversnelling $g = 9,81$ m/s^2 zal de snelheid afnemen met toenemende hoogte en nul worden in het hoogste punt. De beweging vertraagt omdat snelheid en valversnelling tegengesteld gericht zijn. Na het hoogste punt zal de snelheid opnieuw vergroten en zal het projectiel naar beneden vallen (snelheid en valversnelling hebben dan dezelfde zin).

Omdat de beginsnelheid een x-component gelijk aan nul heeft, zal deze nul blijven gedurende gans de beweging (eenparige rechtlijnige beweging), bijgevolg voert het projectiel een ééndimensionale, versnelde rechtlijnige beweging uit volgens de y-as.

Eigenschap 3. Indien je de y-as verticaal omhoog kiest, bekom je voor de bewegingsvergelijking en snelheidsvergelijking van een verticale worp:

$$y(t) = y_0 + v_{y,0} \cdot t - g \cdot \frac{t^2}{2} \qquad \text{en} \qquad v_y(t) = v_{y,0} - g \cdot t$$

CC BY-NC-SA 4.0