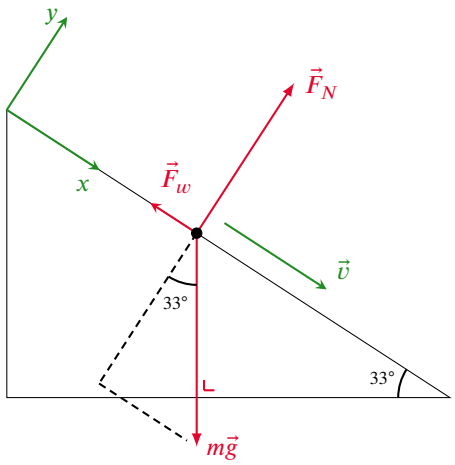
Gevorderde oefeningen

Oefening 1. In een speeltuin glijdt een kind van een glijbaan met een versnelling van $1,26\ \mathrm{m/s^2}$. De glijbaan maakt een hoek van 33° onder de horizontale. Zoek de wrijvingscoëfficiënt μ_k tussen het kind en de glijbaan. $\mu_k = 0.496$

Uitwerking: Het krachtendiagramma van het kind wordt gegeven door:



$$x: \quad -F_w + mg\sin\theta = ma_x \qquad (1)$$
$$y: \quad F_N - mg\cos\theta = ma_y = 0 \qquad (2)$$

Uit (2) volgt dat $F_N = mg\cos\theta$. Omdat $F_w = \mu_k F_N$, volgt uit (1) dat

$$-\mu_k F_N + mg\sin\theta = ma_x.$$

Vullen we $F_N = mg\cos\theta$ hierin in:

$$\begin{aligned}
& -\mu_k mg\cos\theta + mg\sin\theta = ma_x \\
\Rightarrow \quad & -\mu_k g\cos\theta + g\sin\theta = a_x \\
\Rightarrow \quad & -\mu_k g\cos\theta = a_x - g\sin\theta \\
\Rightarrow \quad & -\mu_k g\cos\theta = a_x - g\sin\theta \\
\Rightarrow \quad & \mu_k = -\left(\frac{a_x - g\sin\theta}{g\cos\theta}\right) \\
& = \frac{g\sin\theta - a_x}{g\cos\theta} \\
& = \tan\theta - \frac{a_x}{g\cos\theta}
\end{aligned}$$

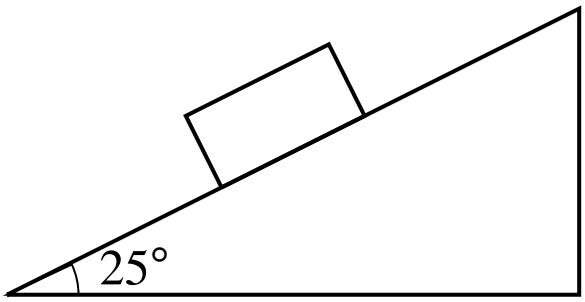
Invullen van alle bekenden geeft:

$$\begin{aligned}
\mu_k &= \tan 33° - \frac{1,26}{9,81\cdot\cos 33°} \\
&\approx 0,496\,.
\end{aligned}$$

CC BY-NC-SA 4.0

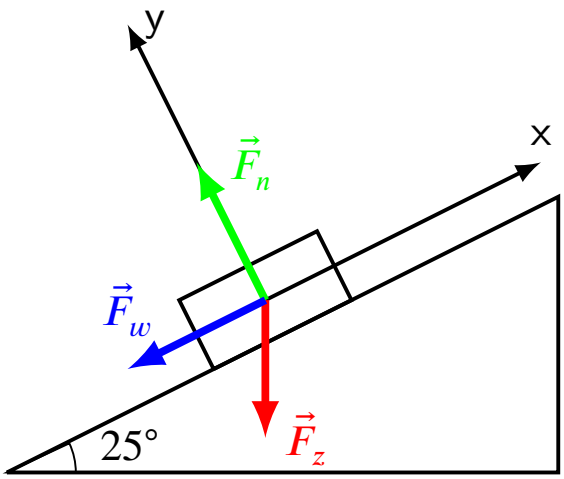
Gevorderde oefeningen

Oefening 2. Een blok met een massa van $6,0$ kg ligt op een schuine helling die een hoek van $25°$ maakt met de horizontale richting. We geven een forse tik tegen het blok zodat het de helling opschuift met een beginsnelheid van $15\frac{\text{m}}{\text{s}}$. De wrijvingskracht bedraagt 20 N. Na hoeveel tijd zal het blok zijn beginpositie weer bereiken?



1. Aankomst in beginpunt na: 8.1 s

Uitwerking: We maken een onderscheid tussen de opwaartse en neerwaartse beweging. Eerst beschouwen we de opwaartse beweging en tekenen we het krachtendiagram met daarbij een assenstelsel. Er werken drie krachten op het blok: de zwaartekracht $\vec{F}_z$, de normaalkracht $\vec{F}_n$ en de wrijvingskracht $\vec{F}_w$.



We schrijven nu de tweede wet van Newton in de x-richting:

$$-20\ \text{N} - mg \cdot \sin(25°) = m \cdot a_x$$

Hieruit volgt dat

$$a_x = \frac{-20\ \text{N} - 6,0\ \text{kg} \cdot 9,81\frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot \sin(25°)}{6,0\ \text{kg}} = -7,5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Omdat de versnelling constant is in de x-richting, kunnen we de formules van de eenparig veranderlijke rechtlijnige beweging gebruiken. Er geldt dat de snelheid nul wordt in het hoogste punt, dus

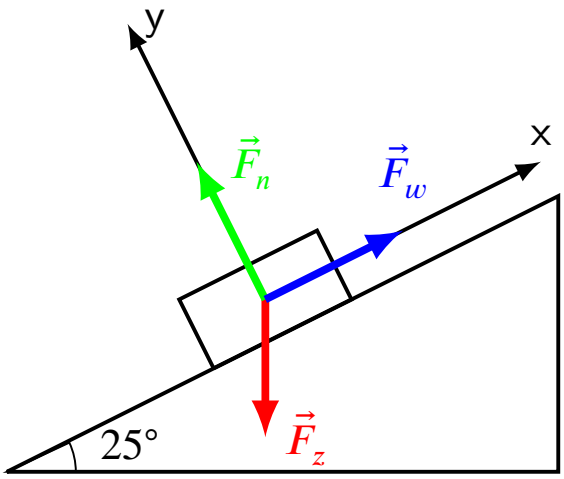
$$v_x = v_{x,0} + a_x \cdot t \Rightarrow t = \frac{v_x - v_{x,0}}{a_x} = \frac{0 - 15\frac{\text{m}}{\text{s}}}{-7,5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2,0\ \text{s}$$

Bijgevolg is de x-coördinaat van het hoogste punt gelijk aan

$$x = x_0 + v_{x,0} \cdot t + \frac{a_x}{2} \cdot t^2 = 0 + 15\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2,0\ \text{s} - \frac{7,5}{2}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2,0\ \text{s})^2 = 15\ \text{m}$$

CC BY-NC-SA 4.0

Nu beschouwen we de neerwaartse beweging en tekenen het krachtendiagram opnieuw met daarbij het assenstelsel. Er werken opnieuw drie krachten op het blok: de zwaartekracht $\vec{F}_z$, de normaalkracht $\vec{F}_n$ en de wrijvingskracht $\vec{F}_w$, die nu tegengesteld georiënteerd is.



We schrijven nu de tweede wet van Newton in de x-richting:

$$20\ \text{N} - mg \cdot \sin(25°) = m \cdot a_x$$

Hieruit volgt dat

$$a_x = \frac{20\ \text{N} - 6{,}0\ \text{kg} \cdot 9{,}81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot \sin(25°)}{6{,}0\ \text{kg}} = -0{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Omdat ook nu de versnelling constant is in de x-richting, kunnen we de formules van de eenparig veranderlijke rechtlijnige beweging gebruiken. Er geldt dat de x-xoördinaat weer nul wordt als

$$x = x_0 + v_{x,0} + \frac{a_x}{2} \cdot t^2 \Leftrightarrow 0 = 15\ \text{m} - \frac{0{,}81}{2}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2 \Leftrightarrow t = 6{,}1\ \text{s}$$

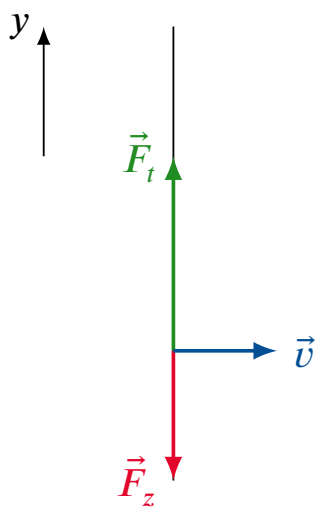
Bijgevolg is de duur van opwaartse en neerwaartse beweging samen gelijk aan 8,1 s.

Oefening 3. In de jungle slingert Tarzan (m = 63 kg) aan een touw van 6,9 m lang. Wat is de spanning in het touw als Tarzan met een snelheid van 2,4 m/s vliegt wanneer het touw verticaal is (laagste positie) ?

Uitwerking: We stellen eerst het krachtendiagram van Tarzan op:

CC BY-NC-SA 4.0

Gevorderde oefeningen



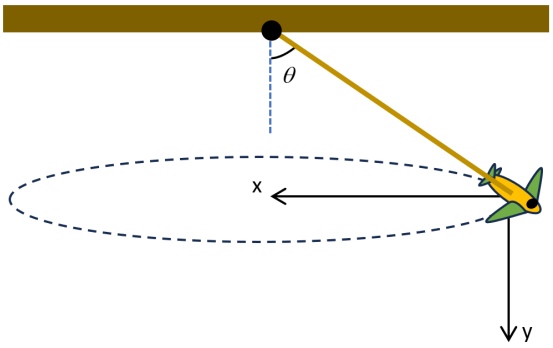
De versnelling die Tarzan ondervindt is de centripetale versnelling, als gevolg van zijn slingerbeweging aan het touw. Omdat Tarzans beweging in dat onderste punt overgaat van versneld naar vertraagd, is er daar heel even geen tangentiële versnelling aanwezig. De tweede wet van Newton in de y-richting geeft ons dan dat

$$F_t - mg = m\frac{v^2}{R}$$

Hieruit halen we dat

$$F_t = mg + m\frac{v^2}{R} = 670\,\mathrm{N}\,.$$

Oefening 4. Een speelgoedvliegtuigje met massa $m = 0,075$ kg is vastgemaakt aan het plafond met een touw. Wanneer de motor van het vliegtuigje gestart wordt, beweegt het met een constante snelheid van $1,21$ m/s in een horizontale cirkel met straal $0,44$ m.



1. Zoek de hoek θ die het touw maakt met de verticale (rond af tot op een graad).

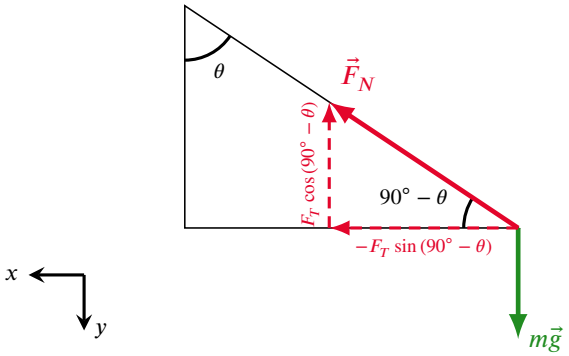
$$\theta = 19\ ^\circ$$

2. Zoek de spanning F_T in het touw.

$$F_T = 0,78\ N$$

CC BY-NC-SA 4.0

Gevorderde oefeningen



Uitwerking:

N.B. In deze figuur hebben we de motorkracht van het vliegtuigje, die rakend aan de cirkel gericht is, én de luchtwrijving, die daaraan tegengesteld gericht is, niet getoond. Beide krachten compenseren elkaar.

$$\begin{aligned} x: \quad & \frac{mv^2}{R} = F_T \cos(90° - \theta) = F_T \sin\theta \quad (1) \\ y: \quad & mg - F_T \sin(90° - \theta) = 0 \quad (2) \end{aligned}$$

Uit (2) halen we dat

$$mg - F_T \cos\theta = 0$$

en dus

$$F_T = \frac{mg}{\cos\theta}.$$

Invullen in (1) levert

$$\begin{aligned} & \frac{mv^2}{R} = \frac{mg}{\cos\theta}\sin\theta \\ \Rightarrow \quad & \frac{v^2}{R} = \frac{g}{\cos\theta}\sin\theta \\ \Rightarrow \quad & \tan\theta = \frac{v^2}{gR} = \frac{(1,21)^2}{9,81 \cdot 0,44} = 0,339194\ldots \\ \Rightarrow \quad & \theta \approx 19° \end{aligned}$$

Met deze hoek kunnen we F_T berekenen:

$$F_T = \frac{mg}{\cos\theta} = \frac{0,075 \cdot 9,81}{\cos(18,73\ldots°)} \approx 0,78N.$$

Feedback: De centripetale kracht is GEEN extra kracht maar de centripetale component van de resulterende kracht (de resulterende kracht is in deze oefening de som van de zwaartekracht en de spankracht). De centripetale kracht wordt dus geleverd door de aanwezige krachten. De grootte van de centripetale kracht is $\frac{mv^2}{R}$. De centripetale kracht is gericht naar het centrum van de cirkelbeweging. Met het gekozen assenstelsel in deze oefening volgens de positieve x-as. De zwaartekracht staat loodrecht op de x-as en heeft bijgevolg geen x-component, De centripetale kracht wordt dus enkel geleverd door de x-component van de spankracht.

CC BY-NC-SA 4.0