Standaardoefeningen

Oefening 1. De Aarde bevindt zich op 150 miljoen km van de Zon. De massa van de Aarde bedraagt $5,98 \cdot 10^{24}$kg, terwijl de massa van de Zon $1,99 \cdot 10^{30}$kg bedraagt. Hoe groot is de centripetale versnelling van de Aarde tijdens haar baan rond de Zon, als we deze beweging benaderen als een eenparige cirkelvormige beweging ?

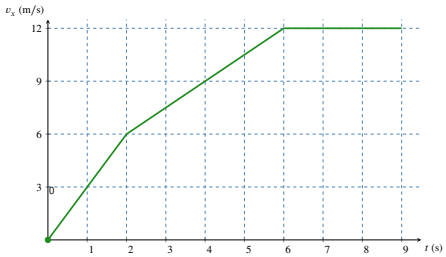
$$a = 5.9 \cdot 10^{-3} \frac{m}{s^2}$$

Uitwerking: De enige kracht die op de Aarde werkt, is de zwaartekracht vanwege de Zon. We weten dat de zwaartekracht gegeven wordt door

$$F_z = \frac{GMm}{r^2}$$

met G de gravitatieconstante, M de massa van de zon, m de massa van de aarde en r de afstand tussen beide. Ze werkt aantrekkend en dus gericht naar de Zon toe. Aangezien er geen andere krachten op de Aarde werken, is deze ene kracht meteen ook de resulterende kracht op de Aarde. Bijgevolg is $F_z = ma_{\text{cp}}$, met a_{cp} de centripetale versnelling van de Aarde. Als we beide uitdrukking gelijkstellen aan elkaar, dan vinden we dat de massa van de Aarde wegvalt, en dat $a_{\text{cp}} = \frac{GM}{r^2}$. Vullen we dit in met de gegevens die we hebben (let op: de afstand is hier in km gegeven), dan vinden we het juiste antwoord.

Oefening 2. De figuur geeft de snelheidsgrafiek weer van een deeltje met een massa van $2,0$ kg dat langs de x-as beweegt. Wat is de resulterende kracht op dit deeltje na 1 s, 4 s en 7 s?



1. Na 1 s: 6.0 N

Uitwerking: De versnelling is de afgeleide van de snelheid, en die is na 1 seconde gelijk aan 3 m/s^2, wat we kunnen aflezen als richtingscoëfficiënt van de (raaklijn aan de) grafiek. Het deeltje heeft een massa van 2,0 kg, en dus zegt de tweede wet van Newton ons dat $F_x = 2,0 \text{ kg} \cdot 3 \text{ m/s}^2 = 6,0$ N.

2. Na 4 s: 3.0 N

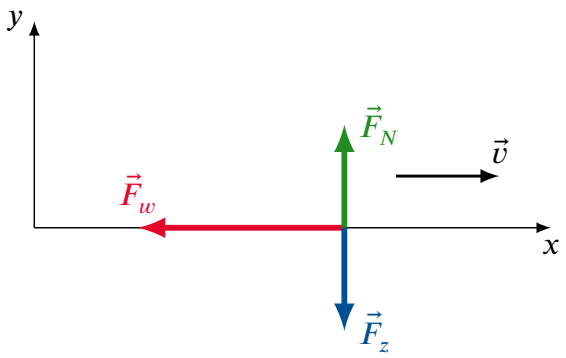
3. Na 7 s: 0 N

Uitwerking: De snelheid is hier constant, en bijgevolg is de versnelling 0. De tweede wet van Newton zegt ons inderdaad dat er dan geen kracht aanwezig is.

Oefening 3. Een baseball-speler schuift over de grond met een initiële snelheid van 4,0 m/s. Stel dat de kinetische wrijvingscoëfficiënt tussen zijn schoenen en de grond 0,46 is, hoe ver zal de speler dan glijden voor hij tot rust komt?

Uitwerking: Het krachtendiagramma van de baseball-speler is het volgende

CC BY-NC-SA 4.0



Met de tweede wet van Newton vinden we voor de x- en y-richting

$$\begin{aligned} ma_x &= -F_w\,, \\ 0 &= F_N - mg\,. \end{aligned}$$

Hier is m de massa van de baseball-speler. Uit de tweede vergelijking halen we dat $F_N = mg$, en als we gebruiken dat $F_w = \mu F_N$, vinden we dat

$$a_x = -\frac{F_w}{m} = -\frac{\mu F_N}{m} = -\mu g\,.$$

Dus we vinden dat $a_x = -0,46 \cdot 9,81\ \text{m/s}^2 \approx 4,5\ \text{m/s}^2$. We vinden dus een constante versnelling, of dus een eenparig versnelde beweging, en dan weten we dat

$$v_x(t) = v_0 + a_x t\,.$$

De speler komt tot rust wanneer $v_x = 0$ m/s. Dit gebeurt op een tijdstip t^* zodat

$$v_0 + a_x t^* = 0\,,$$

zodat we vinden dat

$$t^* = -\frac{v_0}{a_x} = \frac{4,0}{4,5}\,\text{s} \approx 0,89\,\text{s}\,.$$

De positie van de speler vinden we dan met

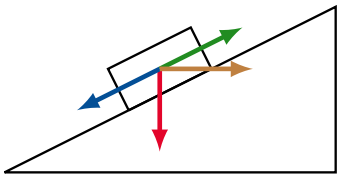
$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a_x}{2} t^2\,.$$

De verplaatsing in de x-richting is gelijk aan $\Delta x = x(t^*) - x_0$, en zo kunnen we bereken dat

$$\begin{aligned} \Delta x &= x(t^*) - x_0 \\ &= v_0 t^* + \frac{a_x}{2}(t^*)^2 \\ &= 4,0 \cdot 0,89\,\text{m} - \frac{4,5}{2} \cdot (0,89)^2\,\text{m} \\ &\approx 1,8\,\text{m}\,. \end{aligned}$$

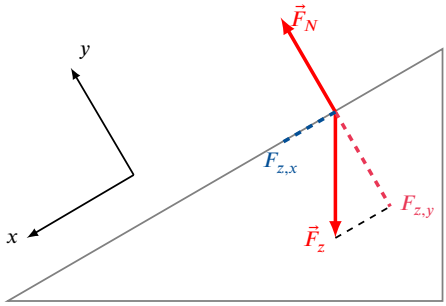
Oefening 4. Een voorwerp krijgt een stoot onderaan een helling en schuift daarna zonder wrijving omhoog langs de helling. Welke vector geeft de resulterende kracht juist weer na de stoot, dus tijdens het omhoog schuiven?

CC BY-NC-SA 4.0

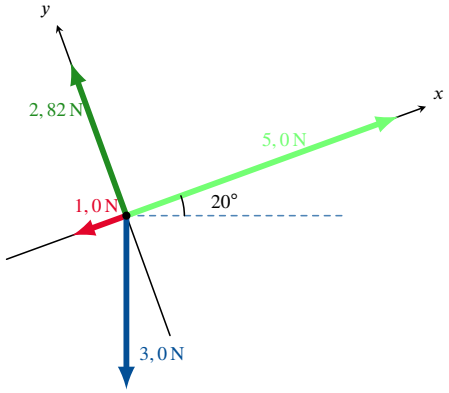


Blauw✓

Uitwerking: Na de stoot werken enkel de zwaartekracht en de normaalkracht nog in op de doos. De y-component van de zwaartekracht heft de normaalkracht op, en enkel de x-component van de zwaartekracht blijft nog over. Deze is tegengesteld aan de snelheidsvector gericht, en zorgt zo dus voor vertraging.



Oefening 5. Op een massa van $2,0$ kg werken vier krachten, zoals weergegeven op de figuur. Bepaal de x- en y-component van de versnelling ten opzichte van het aangeduide assenstelsel.

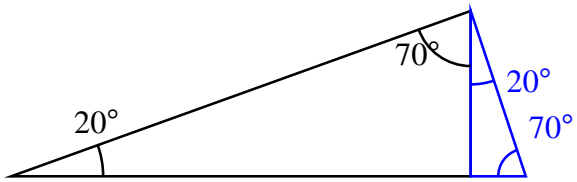


1. $a_x = 1.5$ m/s^2

2. $a_y = 0$ m/s^2

Uitwerking: De x- en y-as zijn niet horizontaal en verticaal gericht, maar dit is geen probleem, en zelfs eenvoudiger in dit geval. We zullen de krachten ontbinden volgens deze nieuwe assen. Hiertoe hebben we eerst de hoek nodig tussen de blauwe vector en de y-as. Deze hoek is 20°, zoals duidelijk wordt gemaakt in de figuur. De grote, samengestelde driehoek is rechthoekig, net als de kleinere blauwe driehoek.

CC BY-NC-SA 4.0



Nu kunnen we de componenten van de blauwe vector berekenen volgens het nieuwe assenstelsel:

$$F_x = -3,0\ \text{N} \cdot \sin 20° = -1,0\ \text{N},$$
$$F_y = -3,0\ \text{N} \cdot \cos 20° = -2,82\ \text{N}.$$

Het minteken in beide gevallen is om rekening te houden met het feit dat de projecties volgens de nieuwe assen op de negatieve kant van de as terechtkomen.

Nu kunnen we de krachten optellen volgens beide assen, om de resulterende krachten te vinden. Zo vinden we dat

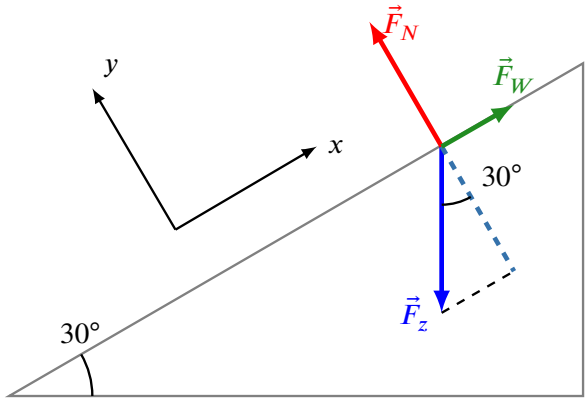
$$F_{x,\text{tot}} = (5,0 - 1,0 - 1,0)\ \text{N} = 3,0\ \text{N},$$
$$F_{y,\text{tot}} = (2,82 - 2,82)\ \text{N} = 0\ \text{N}.$$

De tweede wet van Newton met een massa van 2,0 kg geeft ons dan het resultaat.

Oefening 6. Een dakwerker met een massa van 87 kg staat op een dak met een helling van 30°. Hoe groot is de normaalkracht van het dak op de dakwerker?

$$F_N = 739\ N$$

Uitwerking: We beginnen met het krachtendiagram te tekenen:



De drie krachten die op de dakwerker inwerken, zijn de zwaartekracht (blauw), de normaalkracht (rood) en de statische wrijvingskracht (groen). Merk op dat we in deze situatie inderdaad zeker wrijvingskracht nodig hebben, opdat de man op het dak zou blijven staan zonder er af te schuiven (of dus : deze wrijvingskracht moet de x-component van de zwaartekracht compenseren). Er is ook geen beweging in de y-richting. Bijgevolg moeten de normaalkracht en de y-component van de zwaartekracht elkaar opheffen. Deze laatste wordt

CC BY-NC-SA 4.0

gegeven door $F_{z,y} = F_z \cos 30°$. Bijgevolg vinden we dat

$$\begin{aligned} F_N &= F_z \cos 30° \\ &= mg \cos 30° \\ &= 87\ \text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot \cos 30° \\ &= 739\ \text{N}. \end{aligned}$$

Oefening 7. Een reiskoffer van 23 kg wordt horizontaal verder getrokken door een kracht $\vec{F}$ van 110 N onder een hoek van 25° boven de horizontale. Hierbij wordt de wrijving verwaarloosd.

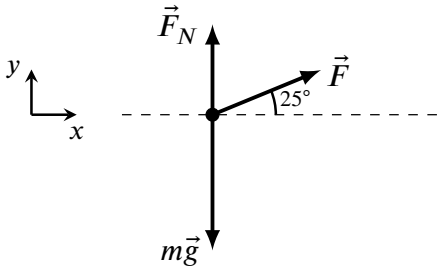
1. Bereken de normaalkracht op de koffer (rond af zonder komma). $F_N = 180N$

2. Bereken de versnelling van de koffer (rond af tot op één getal na de komma, bv. 1.4).

$$\vec{a} = (4.3\ ;\ 0)\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Feedback: $F_N < mg$ omdat de y-component van de trekkracht en de normaalkracht samen de zwaartekracht mg compenseren. Zonder aanwezigheid van de trekkracht is $F_N = mg$.

Uitwerking: Het krachtendiagramma wordt gegeven door:



$$\begin{aligned} x: &\quad F \cos 25° = ma_x \qquad (1) \\ y: &\quad F_N - mg + F \sin 25° = ma_y = 0 \qquad (2) \end{aligned}$$

Vraag 1: Uit (2) volgt:

$$\begin{aligned} F_N &= mg - F \sin 25° \\ &= 23 \cdot 9,81N - 110N \cdot \sin 25° \\ &\approx 180N \end{aligned}$$

Merk op: $F_N < mg$.

Vraag 2: Uit (1) volgt:

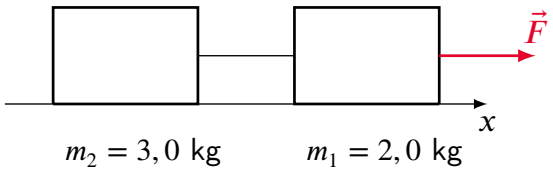
$$\begin{aligned} a_x &= \frac{F \cos 25°}{m} \\ &= \frac{110N \cdot \cos 25°}{23\text{kg}} \\ &\approx 4,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

De versnelling van de doos is

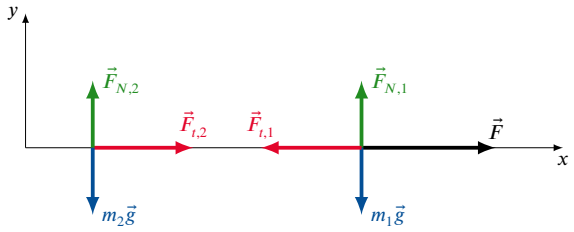
$$\vec{a} = (4,3\ ;\ 0) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \vec{e}_x.$$

CC BY-NC-SA 4.0

Oefening 8. Twee blokken zijn met elkaar verbonden via een touw. Ze worden verder getrokken door een kracht met grootte $F = 5$ N. Bereken de versnelling van beide blokken en de spankracht in het touw. De tafel mag wrijvingsloos verondersteld worden.



Uitwerking: We maken eerst het krachtendiagram voor beide blokken.



We passen de tweede wet van Newton toe voor beide massa's in de x- en y-richting.

$$\begin{aligned} F - F_{t,1} &= m_1 a_{1,x} \\ F_{N,1} - m_1 g &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{t,2} &= m_2 a_{2,x} \\ F_{N,2} - m_2 g &= 0 \end{aligned}$$

Omdat beide blokken aan elkaar vasthangen, en de tweede voortgetrokken wordt door de eerste, hebben ze dezelfde snelheid op elk moment. Bijgevolg hebben ze ook dezelfde versnelling.

$$a_{1,x} = a_{2,x} \equiv a_x$$

Bovendien geldt, omdat beide touwkrachten afkomstig zijn van hetzelfde touw : $F_{t,1} = F_{t,2} = F_t$.

Als we al dit gebruiken vinden we dat (de vergelijkingen voor de y-richting hebben we niet nodig)

$$\begin{cases} F - F_t &= m_1 a_x \\ F_t &= m_2 a_x \end{cases}$$

We kennen de massa's, net als F, en hebben dus 2 vergelijkingen voor 2 onbekenden. Als we de tweede in de eerste invullen vinden we dat

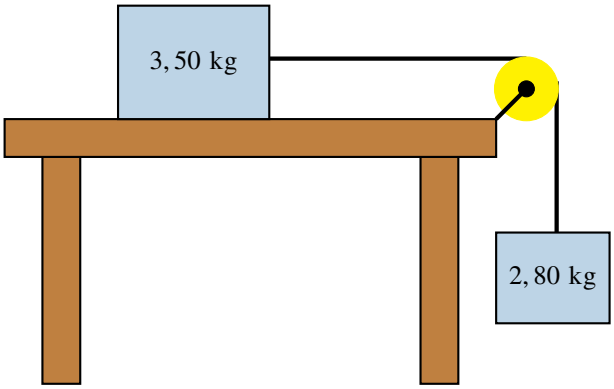
$$a_x = \frac{F}{m_1 + m_2} = 1 \text{ m/s}^2 .$$

Uit de andere vergelijking halen we dan nog dat

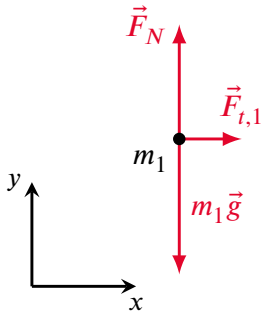
$$F_t = m_2 a_x = 3 \text{ N} .$$

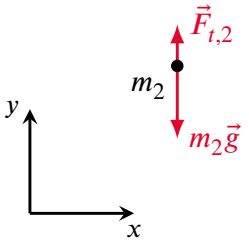
Oefening 9. Een blok van $3,50$ kg ligt op een gladde wrijvingsloze tafel en is via een touw verbonden met een blok van $2,80$ kg zoals weergegeven in onderstaande figuur. Zoek de versnelling a van de massa's en de spankracht F_t in het touw. Antwoord: $|a| = 4.36$ m/s^2, $F_t = 15.3$ N.

CC BY-NC-SA 4.0



Uitwerking: Stel $m_1 = 3,50$ kg en $m_2 = 2,80$ kg. De krachtendiagramma's voor m_1 en m_2 zijn





De tweede wet van Newton toepassen voor m_1 en m_2 geeft:

$$F_{t,1} = m_1 a_{1,x} \tag{1}$$

$$F_{t,2} - m_2 g = m_1 a_{1,x} = m_2 a_{2,y} \tag{2}$$

Voor de spankrachten geldt, omdat ze van hetzelfde touw afkomstig zijn:

$$F_{t,1} = F_{t,2} = F_t$$

Voor de verplaatsingen Δx_1 en Δy_2 geldt (in dezelfde tijdstap Δt):

$$\Delta y_2 = -\Delta x_1.$$

Dus

$$\frac{\Delta y_2}{\Delta t} = -\frac{\Delta x_1}{\Delta t}.$$

Dit geldt ook in de limiet $\Delta t \to 0$, dus:

$$v_{y,2} = -v_{x,1} \qquad \Rightarrow \qquad a_{y,2} = -a_{x,1}.$$

Stel nu $a = a_{x,1}$, dan is

$$a_{y,2} = -a_{x,1} = -a$$

Met de gedefinieerde symbolen herschrijven we (1) en (2):

$$F_t = m_1 a \tag{3}$$

$$F_t - m_2 g = -m_2 a \tag{4}$$

CC BY-NC-SA 4.0

Standaardoefeningen

We hebben twee onbekenden en een stelsel van twee vergelijkingen dat we kunnen oplossen: (3) in (4):

$$\begin{aligned} & m_1 a - m_2 g = -m_2 a \\ \Rightarrow \quad & a(m_1 + m_2) = m_2 g \\ \Rightarrow \quad & a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} \\ & = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} \end{aligned}$$

Invullen geeft : $a = 4,36\ \frac{m}{s^2}$

Uit (3) halen we:

$$\begin{aligned} F_t &= m_1 a \\ &\approx 15,3N \end{aligned}$$

CC BY-NC-SA 4.0