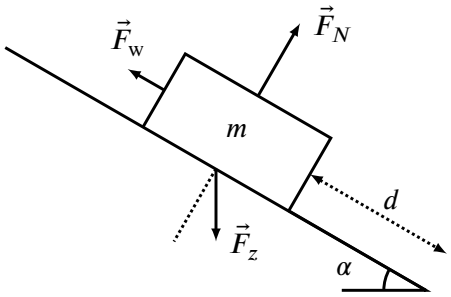
## Standaardoefeningen

**Oefening 1.** Er werken drie krachten op de auto (massa $m$) in de figuur: de zwaartekracht $\vec{F}_z$, de normaalkracht $\vec{F}_N$ en een wrijvingskracht $\vec{F}_w$, ten gevolge van de lucht. De auto verplaatst zich over een afstand $d$. Bereken de netto-arbeid op de auto als je weet dat $\alpha = 30°$, $F_\text{w} = 1555$ N, $d = 20.0$ m, en $m = 1500$ kg.




$W = 116$ kJ

**Uitwerking:** Eerst wordt de arbeid ten gevolge van elke kracht berekend, waarna deze kunnen opgeteld worden om de netto-arbeid op de auto te verkrijgen. De arbeid door de normaalkracht wordt gegeven door:

$$W_\text{N} = F_\text{N} d \cos(\theta) = F_\text{N} d \cos(90°) = F_\text{N} d \cdot 0 = 0.$$

De arbeid door de luchtweerstand wordt gegeven door:

$$W_\text{w} = F_\text{w} d \cos(180°) = F_\text{w} d \cdot (-1) = -F_\text{w} d.$$

De arbeid door de zwaartekracht wordt gegeven door:

$$W_\text{z} = mgd \cos(90° - \alpha) = mgd \sin(\alpha).$$

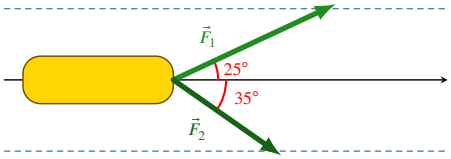
De resulterende arbeid is dan de som van de arbeid geleverd door elke kracht:

$$W_\text{net} = W_\text{N} + W_\text{w} + W_\text{z} = 0 - F_\text{w} d + mgd \sin(\alpha)$$

We vullen nu de gegevens in:

$$W_\text{net} = 0 - 1555 \text{ N} \cdot 20 \text{ m} + 1500 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 20 \text{ m} \cdot \sin(30°) = 116 \text{ kJ}$$

**Oefening 2.** Een boot met motorpech wordt door twee paarden op de oever voortgetrokken met een snelheid van $3,0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Het eerste paard oefent een kracht uit van 1250 N en het tweede paard oefent een kracht uit van 920 N volgens de aangeduide vectoren. Welke arbeid verricht elk paard gedurende één uur op de boot?




1. $W_1 = 3.4 \cdot 10^6$ J
2. $W_2 = 2.3 \cdot 10^6$ J

**Uitwerking:** De paarden trekken gedurende een uur, en aangezien ze een snelheid van 3 km/h hebben,

CC BY-NC-SA 4.0

betekent dit dat ze een verplaatsing van 3 km maken. Voor het eerste paard vinden we dat

$$W_1 = \vec{F}_1 \cdot \Delta\vec{r} = 1250\,\mathrm{N} \cdot 3,0 \cdot 10^3\,\mathrm{m} \cdot \cos 25° = 3,4 \cdot 10^6\,\mathrm{J}\,.$$

Analoog vinden we voor het tweede paard dat

$$W_2 = 920\,\mathrm{N} \cdot 3,0 \cdot 10^3\,\mathrm{m} \cdot \cos 35° = 2,3 \cdot 10^6\,\mathrm{J}\,.$$

**Oefening 3.** Een vader en zijn jonge zoon lopen op een piste op zo'n manier dat ze beiden dezelfde kinetische energie bezitten. De zoon heeft een massa die vier keer kleiner is dan die van zijn papa. Wat is de verhouding van de snelheden van vader en zoon?

$$\frac{v_{\text{zoon}}}{v_{\text{vader}}} = 2$$

**Uitwerking:** We weten dat de kinetische energie van vader en zoon gelijk zijn, maar dat de vader vier keer zwaarder is dan zijn zoon. Zo berekenen we dat

$$\begin{aligned}
& K_z = K_v \\
\Leftrightarrow\ & \frac{K_z}{K_v} = 1 \\
\Leftrightarrow\ & \frac{m_z v_z^2/2}{m_v v_v^2/2} = 1 \\
\Leftrightarrow\ & \frac{m_z}{m_v}\left(\frac{v_z}{v_v}\right)^2 = 1 \\
\Leftrightarrow\ & \frac{1}{4}\left(\frac{v_z}{v_v}\right)^2 = 1 \\
\Leftrightarrow\ & \left(\frac{v_z}{v_v}\right)^2 = 4 \\
\Leftrightarrow\ & \frac{v_z}{v_v} = 2
\end{aligned}$$

Bij het nemen van de wortel in de voorlaatste stap kunnen we zonder problemen de positieve wortel nemen, omdat we hier geïnteresseerd zijn in de grote van de snelheden, die altijd positief zijn.

**Oefening 4.** Een 'Acapulco cliff diver' duikt in het water vanop een hoogte van 46 m. De gravitationele potentiële energie neemt af met 25 000 J. Wat is het gewicht van de duiker, uitgedrukt in Newton? 543 N

**Uitwerking:** De verandering in potentiële energie wordt gegeven door:

$$\begin{aligned}
\Delta U &= mgh_f - mgh_i \\
&= mg\left(h_f - h_i\right) \\
&= mg\,(0\ \mathrm{m} - 46\ \mathrm{m}) \\
&= -(46\ \mathrm{m})\,mg
\end{aligned}$$

Het is gegeven dat de absolute waarde van deze verandering gelijk is aan 25 000 J. Zo kan het gewicht van de duiker dan ook bepaald worden:

$$\begin{aligned}
mg &= \frac{25000\ \mathrm{J}}{46\ \mathrm{m}} \\
&= 543\ \mathrm{N}
\end{aligned}$$

CC BY-NC-SA 4.0

## Standaardoefeningen

**Oefening 5.** Een doosje met een massa van $2,0$ kg staat op een tafel met een hoogte van $75$ cm. Je neemt het doosje van de tafel en zet het op een rek op $2,25$ m boven de grond.

**1.** De arbeid die de zwaartekracht tijdens je hefbeweging heeft verricht op het doosje is $W = -29\ J$.

**2.** De arbeid die je spierkracht tijdens je hefbeweging heeft verricht op het doosje is $W = 29\ J$.

**Uitwerking:** We berekenen eerst de arbeid die de zwaartekracht levert op het doosje. De zin van de verplaatsing en de zwaartekracht zijn tegengesteld, en bijgevolg zal de arbeid negatief zijn.

$$\begin{aligned} W_z &= \vec{F}_z \cdot \Delta\vec{r} \\ &= \left(-mg\hat{j}\right) \cdot (2.25\ \text{m} - 0,75\ \text{m})\,\hat{j} \\ &= -(2,0\ \text{kg})\left(9,81\ \text{N/kg}\right)(1,5\ \text{m}) \\ &= -29\ \text{J} \end{aligned}$$

Aangezien het doosje in rust begint en in rust eindigt, is er geen verandering van kinetische energie. Het arbeid-energie theorema zegt ons dan dat da netto arbeid gelijk moet zijn aan 0. De enige andere kracht die arbeid levert op het doosje is de spierkracht, en bijgevolg is deze tegengesteld aan de arbeid geleverd door de zwaartekracht.

**Oefening 6.** Je gooit een muntstukje met een massa van $5,5$ g recht naar beneden vanaf een $35$ m hoge brug. De beginsnelheid van het muntstukje is $4,0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Dan raakt het muntje het water met snelheid

$$v = 26.5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Uitwerking:** We berekenen eerst de arbeid geleverd door de zwaartekracht. De arbeid is gegeven door $W = -mg \cdot \Delta h$, en zal positief zijn omdat het hoogteverschil negatief is. Zo vinden we dat

$$W = -5,5 \cdot 10^{-3}\,\text{kg} \cdot 9,81\,\text{N/kg} \cdot (-35\,\text{m}) \approx 1,9\,\text{J}\,.$$

Volgens het arbeid-energie theorema is dit gelijk aan het verschil in kinetische energie. Dus is

$$K_2 = K_1 + W\,.$$

Zo vinden we dat

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_2^2 &= \frac{1}{2}mv_1^2 + W \\ \Leftrightarrow v_2 &= \sqrt{v_1^2 + 2W/m} \\ \Leftrightarrow v_2 &= 26,5\ \text{m/s}\,. \end{aligned}$$

Merk op dat we om dit uit te komen hebben verder gerekend met de exacte waarde van de arbeid (en dus niet 1.9 J), aangezien dit een tussenresultaat is en we pas op het einde afronden.

**Oefening 7.** Hoe groot moet het vermogen van een liftmotor zijn om een lift met een massa van $1000$ kg in $50$ s naar een hoogte van $100$ m te brengen?

$$P_g = 1.96\ \cdot 10^4\ \text{W}$$

**Uitwerking:** De arbeid dat de liftmotor moet leveren is het tegengestelde van de arbeid geleverd door de zwaartekracht. Zo vinden we dat

$$W_l = 1000\,\text{kg} \cdot \text{g} \cdot 100\,\text{m} = 9,81 \cdot 10^5\,\text{J}\,.$$

CC BY-NC-SA 4.0

Als de liftmotor deze arbeid moet leveren in 50 seconden vinden we dat

$$P = \frac{W_l}{\Delta t} = \frac{9,81 \cdot 10^5\,\mathrm{J}}{50\,\mathrm{s}} = 1,96 \cdot 10^4\,\mathrm{W}\,.$$

CC BY-NC-SA 4.0