Het sommatieteken: De basis

Voorbeeld 1. Geboortecijfers in de 21ste eeuw
We willen de geboortecijfers van het begin van de 21ste eeuw in een specifieke stad bestuderen. We beperken ons in eerste instantie tot de jaargangen 2000 tot en met 2003.

We hebben volgende tabel met geboortecijfers:

Jaar	Jongens	Meisjes
2000	100	90
2001	111	81
2002	102	92
2003	123	93

Van 2000 tot en met 2003 zijn er $100+111+102+123$ jongens geboren en $90+81+92+93$ meisjes.

Voor een kleine dataset zoals deze kun je de som gemakkelijk uitschrijven. Maar stel dat je cijfers hebt van 1900 tot 2003, dan wordt deze som veel te lang. In zo'n geval gebruik je beter het **sommatieteken** $\sum$, de Griekse hoofdletter Sigma. Die betekent "som" en laat je toe om lange optellingen kort en overzichtelijk te noteren.

Later tonen we hoe je het sommatieteken in deze context kunt gebruiken.

Het gebruik van het sommatieteken wordt ook uitgelegd in volgend filmpje:

Definitie 1 (Het sommatieteken)**.**

Voor elk natuurlijk getal n en reële getallen $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ definiëren we:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i \overset{\text{notatie}}{=} a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n.$$

Je leest $\sum_{i=1}^{n} a_i$ als "de som van (de) a_i voor i gaande van 1 tot en met n". Hierbij is

- i de **sommatie-index** (Dit kan ook een andere letter zijn, bijvoorbeeld j of k.)
- a_i de **algemene term**
- 1 de **ondergrens** (de startwaarde van i. Dikwijls start je bij 1, maar er mag ook een ander getal staan.)
- n de **bovengrens** (de eindwaarde van i. Die moet groter dan of gelijk aan de ondergrens zijn.)

Men noteert $\sum_{i=1}^{n} a_i$ soms ook als $\sum_{i=1}^{n} a_i$.

Bij het werken met data kom je regelmatig een sommatieteken tegen. Om je hierop voor te bereiden focussen we hier op wat een sommatieteken betekent. Hoe zet je zo'n notatie om in een gewone som?

Voorbeeld 2.

- We willen de som $\sum_{i=1}^{6} a_i$ uitschrijven.

CC BY-NC-SA 4.0

Het sommatieteken: De basis

De index i loopt van 1 tot en met 6. We gaan zes termen optellen, voor $i = 1, 2, 3, 4, 5$ en 6:

$$\sum_{i=1}^{6} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6.$$

- De som $\sum_{i=1}^{4} 2i$ kunnen we uitschrijven als

$$\sum_{i=1}^{4} 2i = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 2 + 4 + 6 + 8.$$

Oefening 1. Schrijf de volgende sommen uit zonder sommatieteken.

1. $\sum_{i=1}^{4} a_i =$

$a_0 + a_1 + a_2 + a_3$	$a_1 + a_2 + a_3 + a_4$	$a_2 + a_3 + a_4 + a_5$	$a_4 + a_5 + a_6 + a_7$

2. $\sum_{i=1}^{4} (i + 2) =$

$2 + 3 + 4 + 5$	$3 + 4 + 5 + 6$	$1 + 2 + 3 + 4$	$4 + 5 + 6 + 7$

3. $\sum_{i=1}^{3} 3i =$

$3 + 6 + 9 + 12$	$1 + 2 + 3$	$3 + 6 + 9$	$3 + 6 + 9 + 12 + 15$

Opmerking 1.

Over haakjes gelden de volgende afspraken:

$$\sum_{i=1}^{3} a_i + 4 \overset{\text{afspraak}}{=} \left(\sum_{i=1}^{3} a_i \right) + 4 = a_1 + a_2 + a_3 + 4$$

$$\sum_{i=1}^{3} (a_i + 4) = (a_1 + 4) + (a_2 + 4) + (a_3 + 4) = a_1 + a_2 + a_3 + 12$$

Bij de sommatie van een *product* is het niet nodig (maar ook niet fout) om haakjes te zetten:

$$\sum_{i=1}^{3} 4a_i = 4a_1 + 4a_2 + 4a_3 = (4a_1) + (4a_2) + (4a_3) = \sum_{i=1}^{3} (4a_i)$$

Oefening 2. Schrijf als een gewone som en reken uit.

CC BY-NC-SA 4.0

Het sommatieteken: De basis

1. $\sum_{i=1}^{3}(i+5) = \ldots\ldots$
2. $\sum_{i=1}^{3} i+5 = \ldots\ldots$

CC BY-NC-SA 4.0