Rekenen met haakjes

Voorbeeld 1 (Reisbudget omrekenen van dollar naar euro)**.**

Je maakt een rondreis door de Verenigde Staten en houdt je uitgaven per dag bij in dollar. Op een bepaalde dag heb je 5 uitgaven gedaan:

- \$40 voor eten
- \$55 voor een museumbezoek
- \$35 voor vervoer
- \$60 voor een concert
- \$20 voor souvenirs

Je wil weten hoeveel je die dag hebt uitgegeven in euro. De wisselkoers is €0.90 per dollar.
\$40 komt dus overeen met $0.90 \cdot 40 = 36$ euro.

Je totaal uitgegeven budget in euro kan je op twee manieren berekenen:

- **Methode 1:** Zet eerst elke uitgave om naar euro en tel op:

$$0.90 \cdot 40 + 0.90 \cdot 55 + 0.90 \cdot 35 + 0.90 \cdot 60 + 0.90 \cdot 20.$$

- **Methode 2:** Tel eerst alle uitgaven in dollar op en zet dan om naar euro:

$$0.90 \cdot (40 + 55 + 35 + 60 + 20).$$

Beide manieren geven hetzelfde resultaat. Dit komt door de *distributieve eigenschap*.

Eigenschap 1. Bij vermenigvuldigen en optellen (of aftrekken) geldt voor reële getallen a, b en c:

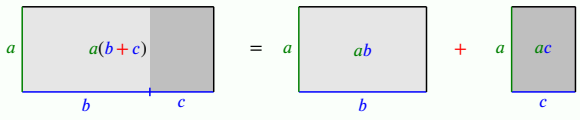
$$a\,(b+c) = ab + ac$$

en

$$a\,(b-c) = ab - ac$$

De factor buiten de haakjes wordt vermenigvuldigd met *elke* term binnen de haakjes.

Deze rekenregel kan je visueel voorstellen als de oppervlakte van een rechthoek met hoogte a en breedte $b+c$. De oppervlakte van deze rechthoek is dus $a(b+c)$.



We kunnen deze rechthoek opsplitsen in twee kleinere rechthoeken: één met breedte b en oppervlakte ab, en één met breedte c en oppervlakte ac. Daaruit volgt dat

$$a(b+c) = ab + ac$$

CC BY-NC-SA 4.0

Voorbeeld 2.

$$-3(x+4) = -3x + (-3)\cdot 4 = -3x - 12$$

$$-2(7-x) = -2\cdot 7 - (-2)\cdot x = -14 + 2x$$

Voorbeeld 3 (Samen naar de film)**.**

Marlies en Lars gaan samen naar de film. Marlies betaalt het filmticket van €11 en de popcorn van €4 voor Lars. Na de film wil Lars zijn schuld terugbetalen. Hij kan dat op twee manieren bekijken:

- Het volledige bedrag in één keer terugbetalen:

$$-(11+4) = -15$$

- Of de kosten apart terugbetalen:

$$-11-4 = -15$$

Beide manieren geven hetzelfde resultaat.

Opmerking 1. Een minteken voor haakjes kun je zien als een vermenigvuldiging met -1. Bijvoorbeeld:

$$-(x+4) = -1(x+4) = -1\cdot x + (-1)\cdot 4 = -x - 4$$

$$-(7-x) = -1(7-x) = -1\cdot 7 - (-1)\cdot x = -7 + x$$

Oefening 1.

1. Dieter en Márcio gaan samen naar het casino en spelen roulette. Ze zetten allebei een bedrag in op zwart: Dieter zet €10 in en Márcio €4. Het balletje valt op zwart, dus hun inzetten worden verdubbeld.

Hoeveel geld hebben ze samen na het spel?

Ↄ … …

2. Werk uit: $-3(-2x+5) = \ldots\ldots$

3. Werk uit: $\frac{1}{2}(4x-6) = \ldots\ldots$

4. Emma gaat shoppen en koopt een broek van €25, een T-shirt van €12, schoenen van €40 en een pet van €8. Aan de kassa merkt ze dat ze haar portefeuille vergeten is, dus haar vriendin Aisha betaalt alles voor haar.

Eerder die week had Emma Aisha getrakteerd op een gemberthee van €3, die Aisha nog moet terugbetalen.

Hoeveel bedraagt de schuld van Emma?

€ … …

5. Werk uit: $(3-x)\cdot 5 = \ldots\ldots$

6. Werk uit: $5 + (3\cdot x) = \ldots\ldots$

7. Mila reist naar de Verenigde Staten en neemt daar deel aan drie loopwedstrijden. Ze loopt afstanden van 5 mijl, 10 mijl en 8.5 mijl. Om mijl om te zetten naar kilometer gebruik je dat 1 mijl ongeveer gelijk is aan 1.6 km.

CC BY-NC-SA 4.0

Hoeveel kilometer heeft Mila in totaal gelopen?

…… km

8. Duid alle uitdrukkingen aan die gelijk zijn aan $-4(3x-5)$.

Meerkeuze (selecteer alle correcte antwoorden):

(a) $-12x-20$

(b) $-12x+20$

(c) $-4(-5+3x)$

(d) $(-4)\cdot 3x-(-4)\cdot 5$

(e) $(3x-5)(-4)$

9. Speel het volgende spel. Indien nodig kan je de module over volgorde van bewerkingen gebruiken.

- Kies een getal.
- Trek er 4 van af.
- Vermenigvuldig het resultaat met 5.
- Tel er 20 bij op.
- Deel door 5.

Noem het begingetal x. Welk getal krijg je altijd?

……

Waarom is dat zo?

Ook producten van uitdrukkingen tussen haakjes komen voor. In de uitweidingen hieronder zie je hoe je die uitwerkt.

Uitweiding 1 ($(a\pm b)^2$)**.** Soms kom je bij het werken met data een formule tegen waarin een term van de vorm $(a\pm b)^2$ voorkomt, bijvoorbeeld bij de variantie van een steekproef.

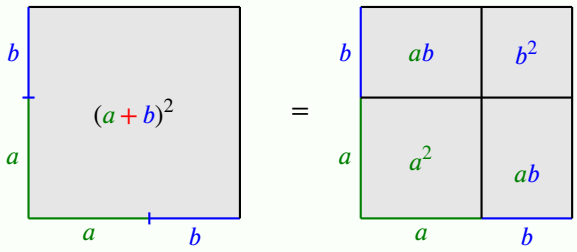
CC BY-NC-SA 4.0

Eigenschap 2.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad \text{en} \qquad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Merk op dat het teken voor b^2 altijd een plus is, ongeacht het teken tussen de haakjes.

Ook deze eerste rekenregel kan je visueel voorstellen als de oppervlakte van een vierkant met zijde $a+b$. De oppervlakte van dit vierkant is dus $(a+b)(a+b)$, oftewel $(a+b)^2$.



We kunnen dit vierkant opdelen in vier kleinere rechthoeken: een vierkant met oppervlakte a^2, twee rechthoeken met oppervlakte ab, en een vierkant met oppervlakte b^2. Daaruit volgt dat

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Voorbeeld 4. We controleren de rekenregel met $a = 2$ en $b = 5$.

Als we de uitdrukking rechtstreeks uitrekenen, vinden we:

$$(2+5)^2 = 7^2 = 49.$$

Als we de rekenregel gebruiken, bekomen we:

$$(2+5)^2 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 5 + 5^2 = 4 + 20 + 25 = 49.$$

Beide manieren geven hetzelfde resultaat. Dit bevestigt dat de rekenregel klopt.

Voorbeeld 5.

$$(x-4)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = x^2 - 8x + 16$$

$$(-1+x)^2 = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) \cdot x + x^2 = 1 - 2x + x^2$$

Reken onderstaande opgaven zelf uit op papier. Controleer je antwoord.

1. $(x+5)^2$

2. $(-2-x)^2$

Uitweiding 2 $((a \pm b)(c \pm d))$**.** Het kan ook gebeuren dat je formules moet uitwerken waarin een product van de vorm $(a \pm b)(c \pm d)$ voorkomt. Zulke producten kan je steeds uitwerken door elke term van het eerste stuk met elke term van het tweede stuk te vermenigvuldigen. Afhankelijk van de tekens kies je dan de juiste combinatie van plus- of mintekens.

CC BY-NC-SA 4.0
KU Leuven (2026/09/03H.47)

Rekenen met haakjes

Eigenschap 3. Voor alle reële getallen a, b, c en d geldt:

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(a+b)(c-d) = ac - ad + bc - bd$$

$$(a-b)(c+d) = ac + ad - bc - bd$$

$$(a-b)(c-d) = ac - ad - bc + bd$$

Voorbeeld 6.

$$(x+3)(2-x) = x \cdot 2 - x \cdot x + 3 \cdot 2 - 3 \cdot x = 2x - x^2 + 6 - 3x = -x^2 - x + 6$$

$$(-x-3)(x-5) = (-x) \cdot x - (-x) \cdot 5 - 3 \cdot x + 3 \cdot 5 = -x^2 + 5x - 3x + 15 = -x^2 + 2x + 15$$

Reken onderstaande opgaven zelf uit op papier. Controleer je antwoord.

1. $(x-2)(x+4)$

2. $(2-x)(-3+x)$

CC BY-NC-SA 4.0